

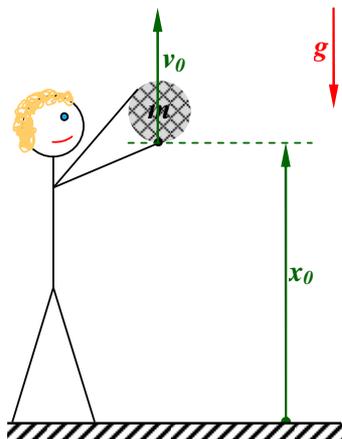
Übung 3: Ballspiel

Teil I: Anfangswertaufgaben, Differentialgleichungen n -ter Ordnung

Umschreiben in System von Differentialgleichungen 1. Ordnung.

Einfache numerische Lösungsverfahren: Euler, Runge-Kutta, ...

Steife Anfangswertaufgaben; implizite Verfahren, Mehrschrittverfahren, ...



Teil II: Junge mit Ball

Wir betrachten einen Jungen, der mit einem Ball spielt. Da der Junge etwas einfältig ist, wirft er den Ball lediglich einmal nach oben und beobachtet seine Flugbahn und wie er auf dem Boden abprallt und wieder nach oben fliegt...

Gegeben:

- Masse des Balls: $m = 100\text{g}$
- Höhe des Balls bei Abwurf: $x_0 = 1,20\text{m}$
- Abwurfgeschwindigkeit: $v_0 = 5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Kein Luftwiderstand

A. Freier Fall

- Stelle die Differentialgleichung auf, die die Flughöhe des Balls (zumindest bis zum Aufprall auf dem Boden) beschreibt.
- Schreibe die Differentialgleichung in ein System erster Ordnung um.
- Löse das Problem mit Hilfe von Matlab und der Funktion `ode45`. Siehe dazu auch die Matlab Hilfe („`doc ode45`“ im Command-Window eingeben). Berechne die ersten 1,4 Sekunden. Es gibt wieder einen kleinen Programmrumpf zum Download.

B. „Harter“ Aufprall

- Wie könnte man die Differentialgleichung bzw. das Programm umschreiben, damit der Aufprall auf dem Boden auch simuliert wird? Benutze dazu am geschicktesten die Differentialgleichung in System-Form. Gib das Ergebnis für einen längeren Zeitraum (z.B. 100sec) aus. Was passiert und Warum?
- Begrenze die maximale Schrittweite (siehe „`doc odeset`“). Welche maximale Schrittweite ist nötig, um „gute“ Ergebnisse zu bekommen.

C. „Weicher“ Aufprall

- Wir nehmen nun an, der Boden gibt beim Aufprall des Balls leicht nach und federt ihn so zurück (äquivalent könnte ein nachgiebiger Ball betrachtet werden). Wie könnte man dies in die Differentialgleichung integrieren? Vergleiche und interpretiere das Ergebnis.
- Begrenze die maximale Schrittweite (siehe „`doc odeset`“). Welche maximale Schrittweite ist hier nötig, um „gute“ Ergebnisse zu bekommen.
- Vergleiche die Ergebnisse von Teilaufgabe d. und f. für verschiedene `ode`-Funktionen (siehe „`doc ode45`“).

D. Energie/Energieverlust

- Berechne in beiden Fällen die aktuelle Energie des Balls und gib diese mit aus. Wo entsteht folglich der Fehler bei den Berechnungen der Differentialgleichung? Gib dazu nur wenige Sekunden der Lösung aus.
- Integriere beim „weichen“ Aufprall eine Dämpfung durch den Aufprall in die Differentialgleichung.