



Institut für Theoretische Chemie:  
Prof. Dr. Gerhard Taubmann und Sebastian Schnur  
**Mathematik II für Chemie und Wirtschaftschemie**

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 4, verteilt am 14. 5. 2010, Übung am 21. 5. 2010

Klausurtermin: Samstag 29.05.2010, 10 Uhr, H4/5

**Aufgabe 1:** Grenzwerte: Taylorentwicklung vs. l'Hospital

Berechnen Sie folgende Grenzwerte auf zwei Wegen: Unter Verwendung von Taylor-Reihen und mit Hilfe der Regel von l'Hospital. Vergleichen Sie den Aufwand, den Sie auf den beiden Wegen haben.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x^3} \qquad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x - 1}$$

**Aufgabe 2:** Taylorentwicklung und Konvergenzradius

- (a) Entwickeln Sie explizit  $f(x) = \sqrt{1+x}$  als Taylorreihe um  $x = 0$  bis zur ersten Ordnung einschließlich.  
(b) Berechnen Sie damit  $\sqrt{1000}$  auf eine Nachkommastelle genau.

Hinweise: Nehmen Sie als gegeben hin, daß die Taylorreihe aus (a) einen Konvergenzradius von 1 hat.  
 $1024 = 32^2$

**Aufgabe 3:** Taylorentwicklung zur Näherung von Funktionen

- (a) Berechnen Sie die Taylorreihe von  $\cos(x)$  um Punkt 0.  
(b) Berechnen Sie  $\cos 1$  durch eine Taylorentwicklung um  $x_0 = \frac{\pi}{3}$  bis zur 2. Ordnung. Verwenden Sie dafür  $\frac{\pi}{3} = 1.047$  und  $\sqrt{3} = 1.73$ .

**Aufgabe 4:** Taylorentwicklung einfacher Funktionen ohne Differentiation

Berechnen Sie ohne zu differenzieren die Taylorreihe von

$$g(x) = \sin x \cdot e^{-x}$$

um  $x = 0$  bis zur dritten Ordnung einschließlich.

Zusatzaufgabe: Skizzieren Sie ohne zu rechnen  $\sin x$ ,  $e^{-x}$  und  $g(x) = \sin x \cdot e^{-x}$

im Bereich  $x \in [-2\pi, 2\pi]$ .

(Alle drei Funktionen in eine gemeinsame Zeichnung!)

**Aufgabe 5:** Taylorentwicklung zur Näherung von Gleichungen

Bestimmen Sie den Schnittpunkt zwischen den Kurven  $e^x - 1$  und  $\cos(x)$  indem Sie beide Funktionen bis zur 2. Ordnung entwickeln und die daraus entstehenden Polynome gleich setzen.