



ulm university universität
uulm

Grundpraktikum Physik

Ausarbeitung zum Versuch Nr. 00

Freier Fall

Durchgeführt am 18.03.2025

von

Gruppe 00

StudentIn Eins und **StudentIn Zwei**
(studentIn.eins@uni-ulm.de) (studentIn.zwei@uni-ulm.de)

Betreuer: Prof. apl. Dr. Berndt Koslowski

Wir bestätigen hiermit, dass wir die Ausarbeitung selbständig erarbeitet haben und detaillierte Kenntnis vom gesamten Inhalt besitzen.

StudentIn Eins

StudentIn Zwei

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Zusammenhang zwischen Falldauer und Fallhöhe	3
2.2	Regressionsgerade durch den Ursprung	4
3	Versuchsdurchführung und Auswertung	4
3.0.1	Versuchsaufbau	4
3.1	Messung der Falldauer bei konstanter Fallhöhe	5
3.2	Messung der Falldauer bei variabler Fallhöhe	7
	Literatur	9
A	Anhang	10

1 Einleitung

Bei diesem Versuch sollen vor allem elementare Techniken des physikalischen Experimentierens erlernt und eingeübt werden. Dazu zählen: Aufbau einer Versuchsanordnung, Aufnahme von Messwerten, geeignete grafische Auftragung der Messwerte, grafische und numerische Auswertung, und Abschätzung und Berechnung von Messunsicherheiten. Als physikalisches Objekt dient dazu der freie Fall einer Eisenkugel, dessen Falldauer T im Schwerfeld der Erde als Funktion der Fallhöhe h gemessen wird. Aus dem theoretisch herzuleitenden Zusammenhang zwischen T und h und den Messdaten ist schließlich der funktionale Zusammenhang zu prüfen und die Erdbeschleunigung g zu bestimmen, wobei die Fehler geeignet zu betrachten sind.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Zusammenhang zwischen Falldauer und Fallhöhe

Eine zunächst ruhende Kugel der Masse m werde im Schwerfeld der Erde zum Zeitpunkt $t = 0$ aus einer Anfangshöhe h fallen gelassen (siehe Abbildung 1).

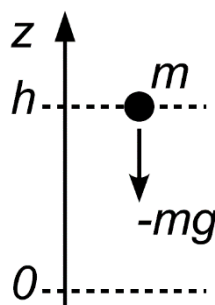


Abbildung 1: Kugel der Masse m im Schwerfeld der Erde.

Die momentane Höhe z als Funktion der Zeit t lässt sich mithilfe des 2. Newton'schen Axioms aus

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg \quad (1)$$

berechnen, wobei g die Erdbeschleunigung bezeichnet. Die allgemeine Lösung von (1) lautet

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + z_0, \quad (2)$$

mit der Anfangshöhe z_0 und der Anfangsgeschwindigkeit v_0 . Wegen der Anfangsbedingungen

$$z_0 = h \quad \text{und} \quad v_0 = 0 \quad (3)$$

vereinfacht sich Gleichung 3 zu

$$z(t) = h - \frac{1}{2}gt^2. \quad (4)$$

Der Zusammenhang zwischen Falldauer T und Fallhöhe h ergibt sich aus Gleichung 4 und

$$z(T) = h - \frac{1}{2}gT^2 = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow T = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (6)$$

2.2 Regressionsgerade durch den Ursprung

Besteht zwischen zwei Messgrößen x und t eine lineare Beziehung

$$y = v \cdot t \quad (7)$$

und trägt man die Messwerte y_i ($i = 1, \dots, N$) grafisch über t_i auf, so erhält man v aus der Steigung der Ausgleichsgeraden. Mithilfe der linearen Regression lässt sich nach dem Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate

$$f(v; N) = \sum_{i=1}^N (y_i - v \cdot t_i)^2 \quad (8)$$

eine Ausgleichsgerade berechnen (hier ist dann tatsächlich der Schnitt mit dem Ursprung, d.h. $y = 0$ für $t = 0$, Teil des Modells!). Aus der Forderung, dass diese Summe minimal sei, ergibt sich

$$\frac{d}{dv} f(v; N) = \sum_{i=1}^N 2(y_i - v \cdot t_i)(-t_i) = 2 \left[v \sum_{i=1}^N t_i^2 - \sum_{i=1}^N y_i t_i \right] = 0 \quad (9)$$

und es folgt nach länglicher Rechnung (unter Ausnutzung der linearen Algebra!)

$$v = \left(\sum_{i=1}^N y_i t_i \right) \left(\sum_{i=1}^N t_i^2 \right)^{-1}. \quad (10)$$

3 Versuchsdurchführung und Auswertung

3.0.1 Versuchsaufbau

Eine Eisenkugel der Masse $m = 0.5 \text{ kg}$ ist mithilfe einer stromdurchflossenen Spule an einer höhenverstellbaren Halterung fixiert. Durch Unterbrechung des Stromkreises (Tastschalter) wird die Befestigung gelöst und die Kugel fällt unter Einfluss der Schwerkraft (Erdbeschleunigung g) frei zu Boden. Die Falldauer T wird manuell mit einer gewöhnlichen Stoppuhr gemessen. Abbildung 2 zeigt schematisch den Versuchsaufbau.

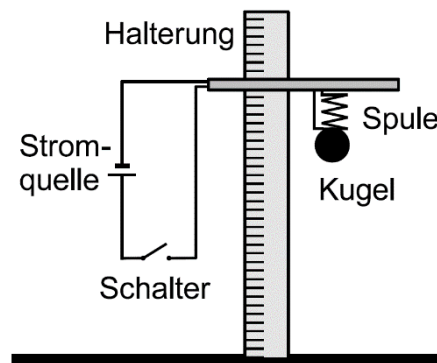


Abbildung 2: Schematische Skizze des verwendeten Versuchsaufbaus

3.1 Messung der Falldauer bei konstanter Fallhöhe

Im ersten Teil des Versuches wurde zunächst bei fester Fallhöhe h die Falldauer T aus einer Messreihe von 20 Einzelmessungen bestimmt. Ablesen von h auf der Höhenskala (das ist eine Einzelmessung) ergibt

$$h = \bar{h} \pm \Delta h = (540.0 \pm 1.0) \text{ cm} \quad (11)$$

Tabelle 1: Messreihe von $N = 20$ Einzelmessungen der Falldauer T

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_i(s)$	1.05	1.10	1.05	1.07	1.09	1.08	1.12	1.06	1.03	0.98
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$T_i(s)$	1.06	1.07	1.01	1.09	1.08	1.07	1.05	1.00	1.03	1.11

Aus den Messwerten in Tabelle 1 ergibt sich das arithmetische Mittel

$$\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_i T_i = 1.05950 \text{ s.} \quad (12)$$

Für die empirischen Fehler des Mittels erhalten wir

$$\delta \bar{T} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2} = 0.007996 \text{ s.} \quad (13)$$

Gemäß der Praktikumsanleitung [1] ergibt sich im Falle der Gauss'schen Normalverteilung der Messwert für die Messunsicherheit (wahrer Wert von T liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 68% im Bereich von $\bar{T} \pm \Delta T$)

$$\Delta T = t_{0.68} \cdot \delta \bar{T} = 1.03 \cdot 0.007996 \text{ s} = 0.00824 \text{ s.} \quad (14)$$

Das Ergebnis für die Falldauer T lautet also einschließlich der Unsicherheit

$$T = \bar{T} \pm \Delta T = (1.060 \pm 0.009) \text{ s.} \quad (15)$$

Verwendet man hingegen für eine grobe Abschätzung von ΔT die empirische mittlere Abweichung, so erhält man

$$\Delta T' = \frac{1}{N} \sum_i |T_i - \bar{T}| = 0.02760 \text{ s} \quad (16)$$

und damit

$$T' = \bar{T} \pm \Delta T' = (1.060 \pm 0.028) \text{ s.} \quad (17)$$

Die Erdbeschleunigung g lässt sich nun nach Gleichung 5 aus

$$g = \frac{2h}{T^2} \quad (18)$$

berechnen. Einsetzen von (11) und (12) liefert

$$\bar{g} = 9.6120 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad (19)$$

Die Unsicherheit Δg ergibt sich mit Hilfe der Größtfehlerabschätzung zu

$$\Delta g' = \left| \frac{\partial g}{\partial h} \Delta h \right| + \left| \frac{\partial g}{\partial T} \Delta T' \right| = \frac{2}{\bar{T}^2} \Delta h + \frac{4\bar{h}}{\bar{T}^3} \Delta T' \quad (20)$$

I.d.R wird zur Berechnung von Δg die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung verwendet siehe [1].

Einsetzen von (11), (15) und (20) liefert

$$\Delta g' = (0.0178 + 0.1632) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.1810 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad (21)$$

Das Endergebnis für g lautet somit

$$g = \bar{g} \pm \Delta g' = (9.61 \pm 0.19) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad (22)$$

Der Literaturwert ist $g = 9.807 \text{ m/s}^2$ [2]. Nach Gleichung 21 resultiert der größte Beitrag zu $\Delta g'$ aus der Messunsicherheit $\Delta T'$.

3.2 Messung der Falldauer bei variabler Fallhöhe

Im zweiten Teil des Versuchs wurde nun die Falldauer T als Funktion der (variablen) Fallhöhe h gemessen, um die Abhängigkeit gemäß Gleichung 15 zu prüfen. Zu jedem h wurde T aus einer Einzelmessung ermittelt. Die Messwerte sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Tabelle 2: Gemessene Werte für die Falldauer T als Funktion der Fallhöhe h .

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$h_i(\text{m})$	6.2	5.8	5.4	5.0	4.6	4.2	3.8	3.4	3.0
$T_i(\text{s})$	1.11	1.11	1.06	0.99	1.00	0.95	0.87	0.82	0.80
$T_i^2(\text{s}^2)$	1.23	1.23	1.12	0.98	1.00	0.90	0.76	0.67	0.64
$\Delta T_i^2(\text{s}^2)$	0.22	0.22	0.21	0.20	0.20	0.19	0.17	0.16	0.16

Nach Gleichung 15 gilt $T \propto \sqrt{h}$. Zur grafischen Darstellung von g ist daher in Abbildung 3 zur Linearisierung der Beziehung T^2 über h aufgetragen. Bezeichnen wir die Steigung der

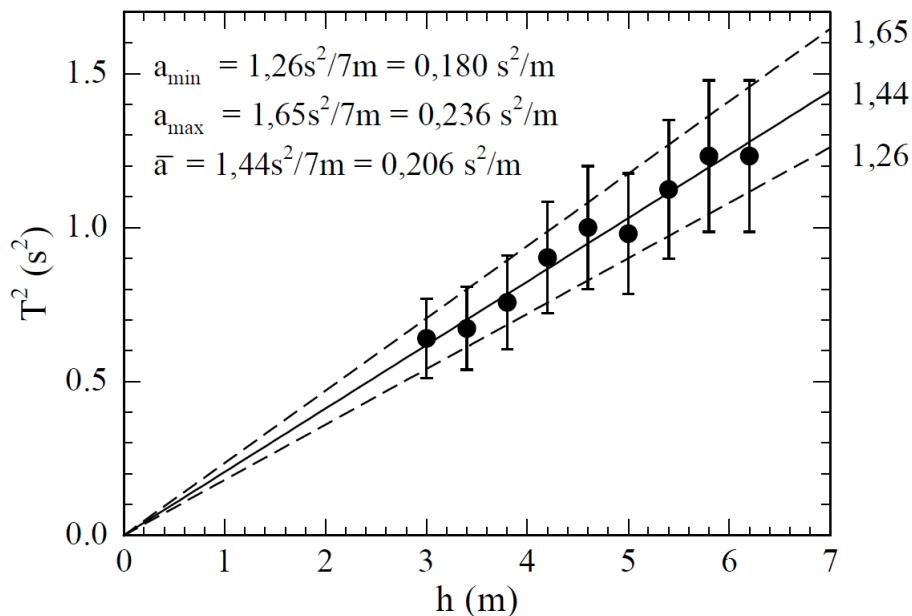


Abbildung 3: Falldauer T als Funktion der Fallhöhe h in linearisierter Darstellung.

resultierenden Geraden mit a , so gilt

$$T^2 = \frac{2}{g}h = a \cdot h \quad \Rightarrow \quad g = \frac{2}{a}. \quad (23)$$

Für die Unsicherheit der Einzelmessung schätzen wir grob ab:

$$\Delta T = 0.1 \text{ s} \quad (24)$$

Die Unsicherheit für T^2 in Abbildung 3 ergibt sich aus der Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta(T^2) = \frac{d}{dT} T^2 \cdot \Delta T = 2T \cdot \Delta T. \quad (25)$$

Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden in Abbildung 3 und den beiden Grenzgeraden erhalten wir mit Gleichung 23 zu

$$\bar{g} = 9.722 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (26)$$

und

$$g_{\min} = \frac{2}{a_{\max}} = 8.485 \text{ m/s}^2, \quad g_{\max} = \frac{2}{a_{\min}} = 11.111 \text{ m/s}^2. \quad (27)$$

Mit

$$\Delta g = \frac{1}{2}(g_{\max} - g_{\min}) = 1.313 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (28)$$

folgt

$$g = \bar{g} \pm \Delta g = (9.7 \pm 1.4) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad (29)$$

Die Bestimmung von g in diesem Versuchsteil hätte wesentlich genauer erfolgen können, hätte man für jede Fallhöhe anstatt einer Einzelmessung eine Messreihe für T durchgeführt (vgl. Unterabschnitt 3.1). Für die Steigung der Regressionsgeraden ergibt sich nach Gleichung 10

$$\sigma = \frac{\sum_i T_i^2 h_i}{\sum_i h_i^2} = 0.21 \frac{\text{s}^2}{\text{m}}. \quad (30)$$

Für g folgt daraus

$$g = 9.70 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (31)$$

Literatur

- [1] https://www.uni-ulm.de/fileadmin/website_uni_ulm/nawi.inst.225/teaching/Grundpraktikum/Musterausarbeitungen_und_Vorlagen/Musterausarbeitung.pdf; Aufgerufen am 18.03.2025
- [2] KUCHLING, H. ; KUCHLING, T. : *Taschenbuch der Physik Horst Kuchling, Thomas Kuchling*. Hanser, Carl, 1996

A Anhang