

7 Mehrdimensionale Integration

7.1 Häufungspunkte

Aufgabe 1: Ist für

$$M := \left\{ \begin{pmatrix} \sin t \\ \cos t \\ t \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

der Ursprung ein Häufungspunkt? Wenn nicht, gib einen Häufungspunkt an.

7.2 partielle Ableitungen und Gradient

Aufgabe 2: Berechne die partiellen Ableitungen von $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x = y = 0 \\ \frac{x^3 - 3xy^2}{x^2 + y^2} & \text{sonst} \end{cases}$$

sofern existent. Existiert der Gradient? Ist er stetig?

7.3 Mehrdimensionale Integration

Aufgabe 3: Berechne das $|M_i|$ für

$$M_1 = \{(x, y) \in [0, \infty)^2 \mid x^2 + y^2 + 2xy \leq 5\}$$

$$M_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z \leq 5\}$$

$$M_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 1\}$$