

## Übungen zu Höhere Mathematik III

(Abgabe am Montag, den 15.12.2014, 14:00h vor H3)

1. Skizziere in der Gaußschen Zahlenebene jeweils die Menge aller Punkte  $z \in \mathbb{C}$  mit

- (a)  $\operatorname{Im}(z^2) < 2$ ,
- (b)  $|(2 + 3i)z| \leq 5$ ,
- (c)  $|z| + \operatorname{Re}z < 1$ .

(1 + 1 + 2 Punkte)

2. Berechne Real- und Imaginärteil, sowie den Betrag der folgenden komplexen Zahlen:

- (a)  $\frac{1-i}{1-(1+i)^2}$ ,
- (b)  $\left(\frac{1}{2}(i + \sqrt{3})\right)^{36}$ ,
- (c)  $(1 + i)e^{i\varphi}$  mit  $\varphi \in \mathbb{R}$ .

(2 + 2 + 2 Punkte)

3. Bestimme alle  $z \in \mathbb{C}$ , die die folgenden Gleichungen lösen:

- (a)  $32 - z^5 = 0$ ,
- (b)  $0 = \cosh z$ .

(2 + 2 Punkte)

4. Es sei  $z \in \mathbb{C}$ . Berechne Realteil und Imaginärteil von  $w \in \mathbb{C}$  mit

- (a)  $w = \cos z$ ,
- (b)  $w = (1 + z)^3$ .

(2 + 2 Punkte)

5. Es seien  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $y \geq 0$  und  $z := x - iy$ .

- (a) Es sei  $w := \sqrt{\frac{1}{2}(|z| + x)} + i\sqrt{\frac{1}{2}(|z| - x)}$ . Zeige, dass  $w^2 = \bar{z}$  gilt.
- (b) Bestimme  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  mit  $z_1^2 = -2 - 3i$  und  $z_2^2 = -2 + 3i$ .

(2 + 2 Punkte)

Die Lösung kann in Gruppen erarbeitet, soll aber zu zweit aufgeschrieben und abgegeben werden. Bitte jeweils Vorname, Nachname und SLC-Login gut lesbar auf das Blatt schreiben.