

3 Haushaltsoptimum, individuelle Nachfragefunktion, indirekte Nutzenfunktion und kompensierte Nachfragefunktion

Lit.: Wiese (2005), Abschnitt D

Grundannahme der Haushaltstheorie:

HH kauft ein solches Güterbündel $x^* = (x_1^*, \dots, x_i^*, \dots, x_n^*)$, das

- a) er sich leisten kann
- b) seinen Nutzen maximiert.

Ein solches Güterbündel x^* heißt **Haushaltsoptimum**.

Hat Gut i den Preis $p_i \geq 0$ ($i=1, \dots, n$) und verfügt der HH über das Budget $B > 0$, so kann er sich (alternativ, ohne Schuldenaufnahme) alle diejenigen Güterbündel

$x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+^n$ leisten, die der **Budgetrestriktion**

$$p_1 x_1 + \dots + p_n x_n = \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq B \quad (3.1)$$

genügen.

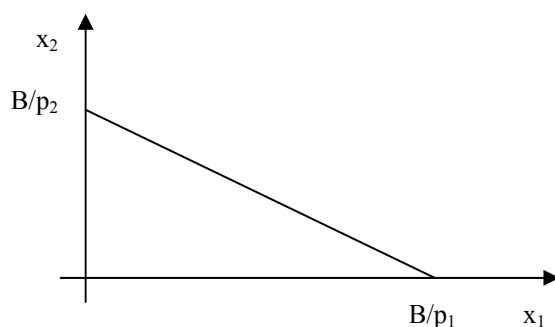
Budgetrestriktion im Fall $n=2$:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq B \Leftrightarrow x_2 \leq -\frac{p_1}{p_2} x_1 + \frac{B}{p_2}$$

Das ist die Menge aller Punktepaaire (x_1, x_2) , die **auf und unterhalb der Budgetgeraden**

$$x_2 = -\frac{p_1}{p_2} x_1 + \frac{B}{p_2} \quad (3.1')$$

liegen, wobei die Budgetgerade eine Gerade mit der Steigung $-p_1/p_2$ ist:



Der Absolutbetrag der **Steigung der Budgetgeraden** hat eine sehr **anschauliche Bedeutung**:

Sie gibt an, **auf wieviel Einheiten vom Gut 2 der HH verzichten muss, wenn er eine Einheit von Gut 1 mehr konsumieren will**, ohne sein Budget zu überschreiten. Man bezeichnet eine solche (Verzicht-)Größe als **Opportunitätskosten für eine Einheit von Gut 1, ausgedrückt in Einheiten von Gut 2**:

Eine Einheit mehr Konsum von Gut 1 kostet den HH den Verzicht auf p_1 / p_2 Einheiten von Gut 2 (**unabhängig von seinen Präferenzen**).

Das **HH-Optimum x^* ist Lösung des Optimierungsproblems**

$$\begin{aligned} u(x_1, \dots, x_n) &\rightarrow \max. \\ \text{unter der Nebenbedingung (u.d.N.)} & \qquad \qquad \qquad P(1') \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i &\leq B \end{aligned}$$

Man kann schnell sehen, dass der HH im Nutzenmaximum auch sein **ganzes Budget verbraucht, wenn seine NF streng monoton wächst**: Würde er nämlich im HH-Optimum nicht sein ganzes Budget B ausgeben, so könnte er sich von mindestens einem Gut eine etwas größere Menge kaufen, würde dabei sein Budget nicht überschreiten und hätte dann einen größeren Nutzen. Bei streng monoton wachsender NF u ist also das Optimierungsproblem (**P1'**) **äquivalent** zu

$$\begin{aligned} u(x_1, \dots, x_n) &\rightarrow \max. \\ \text{unter der Nebenbedingung (u.d.N.)} & \qquad \qquad \qquad P(1) \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i &= B \end{aligned}$$

Die **Lösung(en) x^*** von (P1) erhält man (unter der Voraussetzung der part. Differenzierbarkeit von u) **mit dem Lagrange-Ansatz**: Dazu bildet man bekanntlich die zu (P1) gehörige **Lagrange-Funktion**:

$$L(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n, \lambda) := u(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) - \lambda \left(\sum_{j=1}^n p_j x_j - B \right)$$

Notwendige Bedingung für ein Optimum x^* ist, dass **alle partiellen Ableitungen der Lagrange-Funktion 0 sind**, also:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial L(x_1^*, \dots, x_n^*, \lambda^*)}{\partial x_i} = \frac{\partial u(x_1^*, \dots, x_n^*)}{\partial x_i} - \lambda^* p_i \quad (\text{für } i = 1, \dots, n) \\ 0 &= \frac{\partial L(x_1^*, \dots, x_n^*, \lambda^*)}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^n p_j x_j^* - B \end{aligned}$$

oder

$$\frac{\partial u(x_1^*, \dots, x_n^*)}{\partial x_i} = \lambda^* p_i \quad (\text{für } i = 1, \dots, n) \quad (3.2)$$

$$\sum_{j=1}^n p_j x_j^* = B$$

[Für die Frage, ob die Bedingungen (3.2) auch *hinreichend* sind, kommt es bekanntlich auf die *Vorzeichen von Unterdeterminanten der geränderten Hesse-Matrix* an. Man kann zeigen, dass diese hinreichenden Bedingungen erfüllt sind bei konkaven Nutzenfunktionen, d.h. bei konvexen Präferenzen.]

Dividiert man die i-te der ersten Gleichungen durch die k-te, so erhält man ($\lambda^* \neq 0$ vorausgesetzt):

$$\frac{\frac{\partial u(x_1^*, \dots, x_n^*)}{\partial x_i}}{\frac{\partial u(x_1^*, \dots, x_n^*)}{\partial x_k}} = \text{MRS}_{i,k}(x^*) = \frac{p_i}{p_k} \quad (3.3)$$

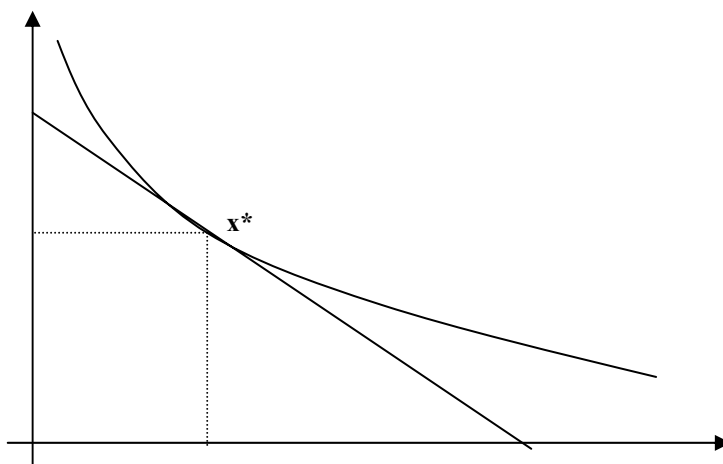
$\Rightarrow$

2. Gossensches Gesetz:

Im HH-Optimum ist (bei konkaven NF u) die $\text{MRS}_{i,k}$ gleich dem Preisverhältnis p_i/p_k .

Man kann sich im Fall $n=2$ klarmachen, was das **2. Gossensche Gesetz anschaulich** besagt:

Da die $\text{MRS}_{1,2}$ gleich (dem Absolutbetrag) der Steigung der Isonutzenlinie ist und das Preisverhältnis p_1/p_2 die Steigung der Budgetgeraden, besagt das 2. Gossensche Gesetz, dass **im HH-Optimum die Steigung der Isonutzenlinie gerade gleich der Steigung der Budgetgeraden** ist. D.h. das HH-Optimum wird in einem solchen Punkt x^* auf der Budgetgeraden erreicht, wo die Isonutzenlinie die Budgetgerade tangiert:



Wenn bedacht wird, dass der **Absolutbetrag der Steigung der Budgetgeraden die Opportunitätskosten für eine Einheit von Gut 1** (gegenüber Gut 2) angibt und die **MRS die Zahlungsbereitschaft des HH** für eine Einheit von Gut 1 (in Einheiten von Gut 2), so kann das 2. Gossensche Gesetz auch so ausgedrückt werden:

Im HH-Optimum stimmen (bei konkaver NF, und damit bei konvexen Präferenzen) die Opportunitätskosten und die Zahlungsbereitschaft des HH für Gut 1 (gegenüber Gut 2) überein. (Entsprechendes gilt bei n Gütern für alle Güterpaare (i;k).)

Beispiel: HH-Optimum bei $u(x_1, x_2, x_3) = x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma$ mit $0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$ (sogenannte Cobb-Douglas-Nutzenfunktion)

Hier hat man

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^\beta x_3^\gamma, \frac{\partial u}{\partial x_2} = \beta x_1^\alpha x_2^{\beta-1} x_3^\gamma, \frac{\partial u}{\partial x_3} = \gamma x_1^\alpha x_2^\beta x_3^{\gamma-1}$$

und damit lauten die notwendigen Bedingungen (3.3) für ein HH-Optimum x^* hier

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x_1} : \frac{\partial u}{\partial x_2} &= \frac{\alpha x_2^*}{\beta x_1^*} = \frac{p_1}{p_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x_1} : \frac{\partial u}{\partial x_3} = \frac{\alpha x_3^*}{\gamma x_1^*} = \frac{p_1}{p_3}, \\ \frac{\partial u}{\partial x_2} : \frac{\partial u}{\partial x_3} &= \frac{\beta x_3^*}{\gamma x_2^*} = \frac{p_2}{p_3} \end{aligned}$$

Aus der ersten und dritten dieser drei Gleichungen erhält man

$$p_1 x_1^* = \frac{\alpha}{\beta} p_2 x_2^*, \quad p_3 x_3^* = \frac{\gamma}{\beta} p_2 x_2^*, \quad (*)$$

und mit der Budgetgleichung $p_1 x_1^* + p_2 x_2^* + p_3 x_3^* = B$ erhält man daraus

$$\begin{aligned} B &= p_1 x_1^* + p_2 x_2^* + p_3 x_3^* = \frac{\alpha}{\beta} p_2 x_2^* + p_2 x_2^* + \frac{\gamma}{\beta} p_2 x_2^* = \\ &= \left(\frac{\alpha}{\beta} + 1 + \frac{\gamma}{\beta} \right) p_2 x_2^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} p_2 x_2^* \end{aligned}$$

woraus folgt

$$x_2^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_2}$$

Aus den Gleichungen (*) erhält man damit schließlich auch

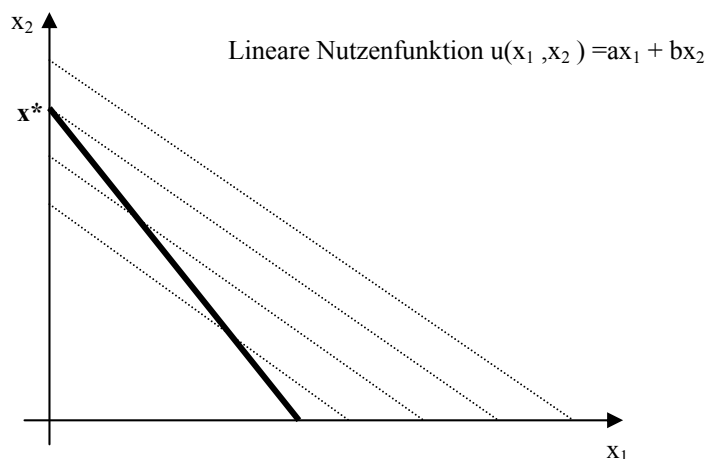
$$x_1^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_1},$$

$$x_3^* = \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_3}$$

Falls für die Parameter der NF $0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$ gilt, ist die NF konkav und die Lösungen stellen tatsächlich ein Optimum dar.

Bei **linearen oder konvexen Nutzenfunktionen** ist das **HH-Optimum** eine **Randlösung von (P1)**, wie man sich leicht aus einer grafischen Veranschaulichung klarmachen kann:

Lineare Nutzenfunktionen:



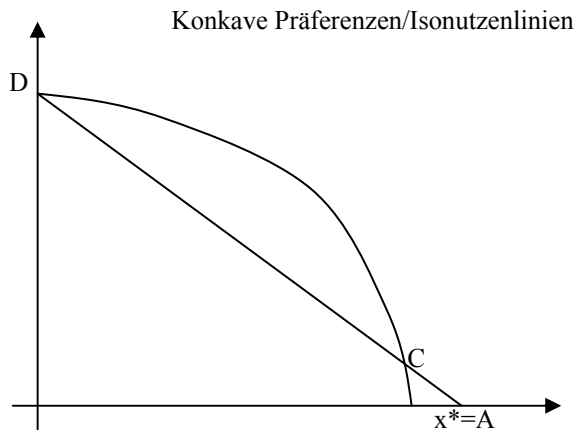
Hier ist die Steigung der Budgetgeraden (absolut) größer als die Steigung (absolut) der Iso-nutzenlinie, d.h. $\frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b}$, und daher liegt das Nutzenmaximum (und damit das HH-

Optimum) bei $x_1^* = 0$ und $x_2^* = \frac{B}{p_2}$.

Ist umgekehrt $\frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b}$, so liegt das HH-Optimum bei $x_1^* = \frac{B}{p_1}$ und $x_2^* = 0$.

Für $\frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{b}$ ist jeder Punkt auf der Budgetgeraden ein HH-Optimum.

Den Fall **konkaver Präferenzen** bzw. **Isonutzenlinien** spiegelt die folgende Grafik wider:



Hier schneidet die Isonutzenlinie durch $D = B/p_2$ die Budgetgerade im Punkt C; im Punkt $A = B/p_1$ wird das höchste Nutzenniveau erreicht; d.h. das HH-Optimum ist $x_1^* = B/p_1$ und $x_2^* = 0$.

Falls umgekehrt die Isonutzenlinie durch A die Budgetgerade unterhalb von D schneidet, liegt das HH-Optimum bei $x_1^* = 0$ und $x_2^* = B/p_2$.

Die **Lösungen** x_i^* (für $i=1,\dots,n$) **von (P1)** hängen von der Gestalt der NF und insbesondere von den Preisen p_i und dem Budget B ab, präziser: sie sind **Funktionen n_i des Budgets B und der Preise p_i ($i=1,\dots,n$)**. D.h. es ist

$$x_i^* = n_i(p_1, \dots, p_i, \dots, p_n, B) \quad (i=1, \dots, n) \quad (3.4)$$

Die Funktionen n_i geben also an, wie viel vom Gut i der betreffende HH (unter der (Rationalitäts-)Hypothese der Nutzenmaximierung) kauft, wenn er das Budget B hat und die Marktpreise der Güter $p_1, \dots, p_i, \dots, p_n$ sind.

Mit anderen Worten:

Die Funktionen n_i sind die individuellen Nachfragefunktionen des betreffenden HH (auch Marshallsche Nachfragefunktionen genannt).

Beispiel: Für die NF $u(x_1, x_2, x_3) = x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma$ hatten wir oben erhalten:

$$x_1^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_1}, x_2^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_2}, x_3^* = \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_3},$$

d.h. in diesem Fall sind die drei individuellen Nachfragefunktionen gegeben durch

$$x_1^* = n_1(p_1, p_2, p_3, B) := \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_1}$$

$$x_2^* = n_2(p_1, p_2, p_3, B) := \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_2}$$

$$x_3^* = n_3(p_1, p_2, p_3, B) := \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_3}$$

Man erkennt daran, dass die **Nachfrage nach Gut i** in diesem Fall **nur vom Budget B und dem Preis p_i desselben Gutes i abhängt**, nicht aber von den Preisen anderer Güter, und zwar **steigt die Nachfrage nach jedem Gut mit wachsendem Budget**, und die **Nachfrage nach jedem Gut fällt mit wachsendem Preis dieses Gutes**.

Setzt man die **optimalen Gütermengen** $x_i^* = n_i(p_1, \dots, p_n, B)$ **in die NF u ein**, so liefert das den **maximalen Nutzen**, den ein HH bei den Preisen $p_1, \dots, p_n$ und dem Budget B erreichen kann:

$$u^* = u(n_1(p_1, \dots, p_n, B), \dots, n_n(p_1, \dots, p_n, B)) =: V(p_1, \dots, p_n, B) \quad (3.5)$$

Die durch (3.5) definierte Funktion V nennt man **indirekte Nutzenfunktion**. Sie **gibt den bei den Preisen $p_1, \dots, p_n$ und dem Budget B jeweils maximal erreichbaren Nutzen eines HH an**. Im Unterschied zur eigentlichen/ursprünglichen/ direkten NF u ist die indirekte Nutzenfunktion V also von den Preisen der Güter und dem Budget des HH abhängig.

Beispiel:

Für die schon oben verwendete NF $u(x_1, x_2, x_3) = x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma$ erhält man durch Einsetzen der Optimalwerte x_1^* , x_2^* und x_3^*

$$\begin{aligned} V(p_1, p_2, p_3, B) &= (x_1^*)^\alpha (x_2^*)^\beta (x_3^*)^\gamma = \\ &= \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_1} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_2} \right)^\beta \cdot \left(\frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{B}{p_3} \right)^\gamma = \\ &= \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \right)^\beta \cdot \left(\frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \right)^\gamma \cdot B^{\alpha + \beta + \gamma} (p_1)^{-\alpha} (p_2)^{-\beta} (p_3)^{-\gamma} \end{aligned}$$

Mit Hilfe der indirekten Nutzenfunktion V lässt sich die **Bedeutung des Lagrange-Parameters λ^*** in den Optimalbedingungen (3.1) des HH-Optimums erfassen:

Leitet man nämlich die indirekte NF V nach dem Budget B ab, so erhält man zunächst nach der **Kettenregel**:

$$\frac{\partial V}{\partial B} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial n_1}{\partial B} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial n_n}{\partial B} \quad (3.6)$$

Wegen der Optimalbedingungen (3.1) hat man

$$\frac{\partial u(x_1^*, \dots, x_n^*)}{\partial x_i} = \lambda^* p_i$$

Und setzt man dies in (3.6) ein, so erhält man zunächst

$$\frac{\partial V}{\partial B} = \lambda^* p_1 \frac{\partial n_1}{\partial B} + \dots + \lambda^* p_n \frac{\partial n_n}{\partial B} = \lambda^* \sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial n_i}{\partial B} \quad (3.7)$$

Setzt man andererseits die **optimalen Gütermengen** $x_i^* = n_i(p_1, \dots, p_n, B)$ in die **Budgetgleichung** ein, so liefert das

$$B = \sum_{i=1}^n p_i x_i^* = p_1 n_1(p_1, \dots, p_n, B) + \dots + p_n n_n(p_1, \dots, p_n, B)$$

Leitet man diese Gleichung ebenfalls nach B ab, so erhält man wieder nach der Kettenregel

$$1 = p_1 \frac{\partial n_1}{\partial B} + \dots + p_n \frac{\partial n_n}{\partial B} \quad (3.8)$$

Setzt man dies in (3.7) ein so erhält man

$$\frac{\partial V}{\partial B} = \lambda^* \quad (3.9)$$

Diese Gleichung besagt, dass **der Lagrange-Parameter λ^* im HH-Optimum (ungefähr) angibt, um wieviel der maximal erreichbare Nutzen steigt, wenn das Budget um eine Einheit erhöht wird** (man könnte also auch sagen: die Budgetrestriktion um eine Einheit abgeschwächt wird). Dies ist übrigens generell die Bedeutung der Lagrange-Parameter in Optimierungsproblemen mit Nebenbedingungen in Gleichungsform.

In gewissem Sinn entspricht die Suche nach einem HH-Optimum, also einer Lösung x^* des Optimierungsproblems (P1) der **ersten Version des sogenannten Rationalitätsprinzips**: Der HH versucht mit seinem Budget einen möglichst großen Nutzen zu erreichen. Dies liefert als Ergebnis die individuellen Nachfragefunktionen n_i des HH.

Unter der Sicht der **zweiten Version des Rationalitätsprinzips**, nämlich **ein bestimmtes Ziel mit möglichst niedrigem Aufwand zu erreichen**, dreht sich die Fragestellung der Haushaltstheorie um in das folgende Problem (P2):

Welches Konsumgüterbündel x^{**} sichert dem HH ein bestimmtes Nutzenniveau $\bar{u}$ und minimiert gleichzeitig die damit verbundenen Ausgaben des HH? Formal:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n p_i x_i &\rightarrow \min. \\ \text{unter der Nebenbedingung} & \\ u(x_1, \dots, x_n) &= \bar{u} = \text{konst.} \end{aligned} \quad (P2)$$

Die **Lösungen** $x^{**} = (x_1^{**}, \dots, x_n^{**})$ **von (P2)** kann man im Prinzip wieder **mit dem Lagrange-Ansatz** zu bestimmen versuchen (der ähnliche notwendige Bedingungen wie für (P1) liefert).

Dem soll hier nicht weiter nachgegangen werden. Aber auch in diesem Fall ist es so, dass diese **Lösungen** wieder von den Parametern des Optimierungsproblems (P2), also von den Preisen $p_1, \dots, p_n$ und dem sicherzustellenden Nutzenniveau $\bar{u}$ abhängen bzw. **Funktionen** n_i^{komp} **dieser Parameter** sind, so dass man schreiben kann:

$$x_i^{**} = n_i^{\text{komp}}(p_1, \dots, p_n, \bar{u}) \quad (3.10)$$

Im Unterschied zu den Nachfragefunktionen n_i in (3.4), die Lösungen des Problems (P1) sind, geben die n_i^{komp} die Abhängigkeit derjenigen Mengen x_i^{**} von den Preisen und dem Nutzenniveau $\bar{u}$ ab, die dem HH mit minimalen Kosten das Nutzenniveau $\bar{u}$ beschreiben. Man nennt sie die **kompensierten Nachfragefunktionen** (oder auch **Hicksche Nachfragefunktionen**), weil sie eine Aussage darüber machen, wie ein HH eine Preiserhöhung mit einer Veränderung seiner Nachfragemengen (und damit auch seiner Konsumausgaben) kompensieren muss, um sein Nutzenniveau halten zu können.

Die jeweils **minimale Ausgabe zum Erreichen des Nutzenniveaus $\bar{u}$ bei den Preisen $p_1, \dots, p_n$** ist natürlich wieder eine Funktion e dieser Parameter und wird als **Ausgabenfunktion des HH** bezeichnet:

$$e(p_1, \dots, p_n, \bar{u}) := \underbrace{\min_{x_1, \dots, x_n}}_{\text{mit } u(x_1, \dots, x_n) = \bar{u}} \left(\sum_{i=1}^n p_i x_i \right) \quad (3.11)$$

Beispiel (Wiese (2005), S.83) für die Berechnung der kompensierten Nachfragefunktionen und der Ausgabenfunktion für die spezielle NF $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ mit $0 < \alpha < 1$.

Zur Berechnung der **kompensierten Nachfragefunktionen** muss das Problem

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2) &= p_1 x_1 + p_2 x_2 \rightarrow \min. \\ \text{unter der Nebenbedingung} & \\ x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} &= \bar{u} \end{aligned} \quad (3.12)$$

gelöst werden.

Zunächst ergibt sich aus der Nebenbedingung $x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} = \bar{u}$:

$$x_2 = \bar{u} \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^\alpha \quad (+)$$

Zugehörige Lagrangefunktion:

$$L(x_1, x_2, \lambda) = p_1 x_1 + p_2 x_2 - \lambda (x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} - \bar{u})$$

Notwendige Bedingungen:

$$0 = \frac{\partial L}{\partial x_1} = p_1 - \lambda \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} \quad \text{und} \quad 0 = \frac{\partial L}{\partial x_2} = p_2 - \lambda (1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha}$$

bzw.

$$p_1 = \lambda \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} \quad \text{und} \quad p_2 = \lambda (1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha}$$

Daraus erhält man nach Division (s. 2. Gossensches Gesetz!)

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\lambda \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}}{\lambda (1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha}} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{x_2}{x_1}$$

und damit und mit (+):

$$\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^\alpha = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^\alpha = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^\alpha \frac{1}{\bar{u}} x_2$$

Daraus erhält man schließlich

$$x_2^{**} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^\alpha =: n_2^{\text{komp}}(p_1, p_2, \bar{u})$$

Analog ergibt sich

$$x_1^{**} = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1-\alpha} =: n_1^{\text{komp}}(p_1, p_2, \bar{u})$$

Die Bedeutung dieser kompensierten Nachfragefunktionen ist also wieder, dass bei den Preisen p_1 und p_2 diese Nachfragemengen x_1 und x_2 dem HH das Nutzenniveau $\bar{u}$ sichern bzw. bescheren und zwar mit der geringst möglichen Ausgabe.

Diese **minimale Ausgabe zum Erreichen des Nutzenniveaus** $\bar{u}$ in Abhängigkeit von p_1 und p_2 und $\bar{u}$ beschreibt die **Ausgabenfunktion** e des HH; sie ist in diesem Beispiel gegeben durch

$$\begin{aligned}
e(p_1, p_2, \bar{u}) &= p_1 x_1^{**} + p_2 x_2^{**} = \\
&= p_1 \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1-\alpha} + p_2 \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\alpha} \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\alpha} = \\
&= \bar{u} \cdot (p_1^{\alpha} p_2^{1-\alpha} \alpha^{1-\alpha} (1-\alpha)^{\alpha-1} + p_2^{1-\alpha} p_1^{\alpha} (1-\alpha)^{\alpha} \alpha^{-\alpha}) = \\
&= \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha} \right)^{\alpha} \left(\frac{p_2}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha}
\end{aligned}$$

Zum Abschluss dieses Kap. wollen wir ein weiteres Mal (aber nur kurz und andeutungsweise) die **Blickrichtung verändern**:

Bisher haben wir auf der Grundlage der Präferenzen bzw. Nutzenfunktionen eines HH und seiner Budgetrestriktion die für ihn empfehlenswertesten (d.h. nutzenmaximalen) Konsumgüterbündel x^* bestimmt: **Von den Präferenzen/ Nutzen wurde auf das HH-Optimum geschlossen**; eine konkrete Form der Nutzenfunktion wurde als gegeben unterstellt; nichts wurde darüber gesagt, wie die NF eines HH (empirisch) bestimmt werden kann. Diese Blickrichtung kann aber umgedreht werden: Man schaut sich konkrete Konsumentscheidungen eines HH in verschiedenen Preis- und Budgetsituationen an, und versucht aus diesen konkreten, empirisch dokumentierbaren Entscheidungen (die Auswahlakte darstellen) auf die Präferenzen zu schließen. Man stellt sich hier also auf den Standpunkt, dass ein HH mit seinem tatsächlichen beobachtbaren Konsumverhalten seine **Präferenzen** auf den Konsumgüterbündeln **offenbart** bzw. **bekundet**, und zwar gewissermaßen punktweise; hierbei wird (wie fast überall in der Mikroökonomischen Theorie) generell unterstellt, dass sich der HH als Nutzenoptimierer verhält. Der Teil der Mikro, der sich mit dieser Vorgehensweise befasst, heißt **Theorie der offenbaren (oder bekundeten) Präferenzen** (revealed preference theory).

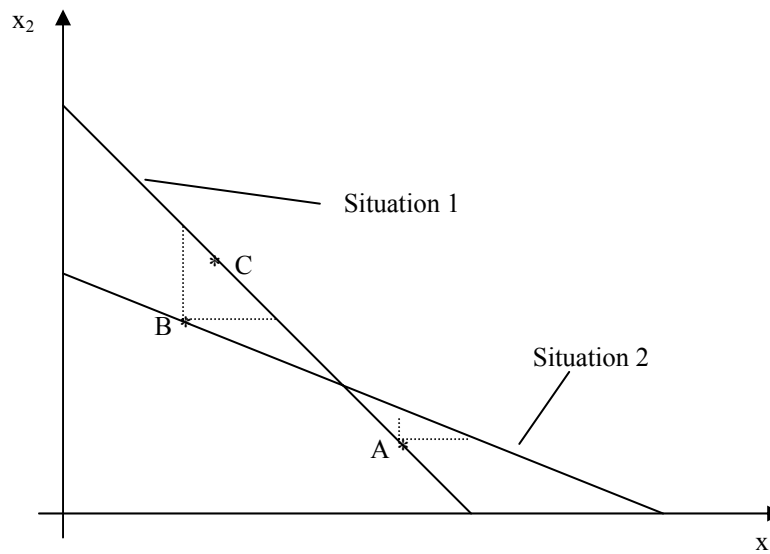
Grundbaustein der Theorie der offenbaren Präferenzen ist die folgende Annahme, die als „**Schwaches Axiom der Theorie der offenbaren Präferenzen**“ bezeichnet wird:

Wählt ein HH in einer Situation, in der er alternativ sowohl das Konsumgüterbündel x wie auch das Konsumgüterbündel y auswählen (d.h. kaufen) kann, tatsächlich das Güterbündel x aus, so zeigt er, dass er x mindestens so hoch wie y schätzt.

Wir können der Theorie der offenbaren Präferenzen hier aus Zeitgründen **nicht nachgehen**; es soll aber an einem **einfachen Beispiel** kurz erläutert werden, was und wie man aus beobachtbarem Konsumverhalten unter dem Schwachen Axiom schließen kann (s. Wiese (2005), S. 80f.).

Es wird dabei davon ausgegangen, dass der **HH** jedenfalls eine **monoton wachsende PO** auf den Konsumgüterbündeln besitzt, die **im einzelnen aber nicht bekannt** ist, über die aber aus seinem tatsächlichen Konsumverhalten Informationen gewonnen werden können.

In einer **1. Preis- und Budget-Situation mit steiler Budgetgeraden** habe der HH das **Konsumgüterbündel A**, in einer **2. Preis- und Budgetsituation mit einer flacheren Budgetgerade** das **Konsumgüterbündel B** ausgewählt. Alle übrigen Bedingungen (insbesondere die Präferenzen des HH) sollen in der 1. und 2. Situation identisch sein. Der Sachverhalt ist in der folgenden Zeichnung dargestellt:



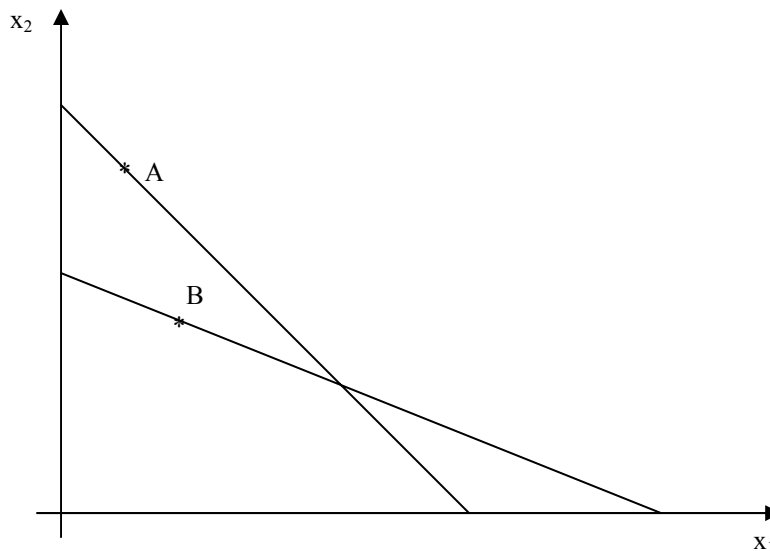
In der 1. Situation hat der HH A gewählt. B erfüllt aber auch die Budgetrestriktion der 1. Situation, hätte also prinzipiell auch gewählt werden können. Da B aber in der 1. Situation nicht ausgewählt wurde, muss wegen des Schwachen Axioms der offenbaren Präferenzen der HH **A mindestens so hoch wie B schätzen**, d.h. man kann schließen, dass **ARB** gilt. Man kann sogar schließen, dass der **HH A echt höher als B schätzt**, d.h. dass **APB** gilt:

B liegt nämlich nicht auf, sondern **unterhalb** der Budgetgeraden der 1. Situation (und damit verbrauchte der HH bei B sein Budget nicht vollständig). Wegen der **Monotonie der PO** könnte sich der HH **durch die Wahl von C** (auf der Budgetgeraden der 1. Situation) **echt verbessern**, denn C enthält von jedem der beiden Güter mehr als B. Also hat man **CPB**. Ferner ist aber das **HH-Optimum** in der 1. Situation **in A**. Also ist jedenfalls **ARC**. Mit **CPB** und der **Transitivität** von R ergibt sich **APB**.

Andererseits hat derselbe HH **in der 2. Situation B gewählt**. Da **auch A die zweite Budgetrestriktion erfüllt** (A liegt sogar unterhalb der 2. Budgetgeraden), der HH da aber in der 2. Situation A nicht ausgewählt hat, zeigt/bekundet er (unter dem **Schwachen Axiom**) in der 2. Situation, dass er **B mindestens so hoch wie A schätzt**. (Man könnte, da **analog zur vorigen Betrachtung** aus der Monotonie und der Transitivität der PO schließen, dass der HH B **sogar** echt höher als A schätzt, dass also **BPA** gilt). Das ist aber **inkompatibel** mit dem vorigen Ergebnis, dass **APB** gilt.

Damit hat der HH in mindestens einer der beiden Situationen gezeigt, dass er sich nicht nutzenoptimal verhalten hat; A und B können nicht beide HH-Optima in den beiden betrachteten Situationen sein. Eine andere mögliche Erklärung ist, dass sich zeitlich zwischen der 1. und 2. Situation die PO des HH doch geändert hat.

Anders stellt sich die Situation dar, wenn das in der 1. Situation ausgewählte Güterbündel A wie in der folgenden Grafik liegt:



Hier kann man (unter der Annahme des Schwachen Axioms, der Monotonie und der Transitivität der PO) wieder schließen, dass der **HH A echt höher schätzt als B**, weil er in der 1. Situation A wählt, aber nicht B, obwohl B auch die Budgetrestriktion der 1. Situation erfüllt. Dem widerspricht aber diesmal nicht, dass er in der 2. Situation B wählt; denn das Konsumgüterbündel **A erfüllt hier nicht die Budgetrestriktion der 2. Situation**, kann also in dieser 2. Situation auch gar nicht ausgewählt werden: Die beiden Auswahlakte des HH widersprechen sich hier nicht (offensichtlich).

Es sei an dieser Stelle deutlich darauf hingewiesen, dass in diesem gesamten Kapitel von der Annahme ausgegangen wurde, dass der **Nutzen eines Haushalts ausschließlich von den Konsumgütermengen abhängt**, die er sich mit seinem Budget kaufen kann. Es ist klar, dass generell der Nutzen eines Haushalts auch noch von anderen Größen abhängt, z.B. von der ihm zur Verfügung stehenden **Freizeit**, die ihrerseits, als Alternative zur Arbeitszeit, sein Budget einschränkt: Je mehr Freizeit ein HH wählt (sofern er überhaupt wählen kann), desto kürzer wird seine Arbeitszeit und desto geringer sein Budget, das sich (jedenfalls bei vielen Menschen) aus Arbeitseinkommen speist. Hier besteht also ein **Zielkonflikt**. Auch diese Aspekte werden in der Haushaltstheorie behandelt.

Ferner sei darauf hingewiesen, dass ein Haushalt oft nicht sein gesamtes Budget für Konsumgüter verwendet, sondern spart. Das **Sparen** geschieht in der Absicht, entweder **Zinsen** zu erhalten und/oder **zu späterer Zeit aus den Ersparnissen zusätzlichen Nutzen** zu ziehen. Dieses kann nur im Rahmen einer dynamischen Betrachtung modelliert werden (Mehr-Perioden-Modelle).

Schließlich basierten alle Betrachtungen auf der Annahme, dass der Haushalt **sichere Erwartungen hinsichtlich des Nutzens** aus den Konsumgütern und hinsichtlich seines Budgets hat. Wir hatten schon bemerkt, dass die Betrachtungen erheblich komplizierter werden, wenn unsichere Erwartungen berücksichtigt werden sollen. Auch hierfür stellt die Mikroökonomik Instrumente zur Verfügung.