

Longevity risk over limited time horizons:

An analysis of different stochastic projection processes

Zusammenfassung der Masterarbeit an der Universität Ulm

Tobias Baur

Motivation

In den vergangenen Jahrzehnten wurde von Demographen weltweit ein stetiger Anstieg der Lebenserwartung beobachtet. Diese Entwicklung stellt Lebensversicherer vor Herausforderungen, insbesondere bei der Berechnung und Bildung von Rückstellungen. Eines der wichtigsten Risiken in diesem Zusammenhang ist das (kollektive) Langlebigkeitsrisiko. Es beschreibt das Risiko, dass Versicherungsnehmer im Durchschnitt länger leben als erwartet. Dieses Risiko wird durch eine Verringerung des Sterblichkeitsniveaus weiter verstärkt, was wiederum zu höheren Zahlungen führt, die ein Lebensversicherer an seine Versicherungsnehmer leisten muss.

Um sicherzustellen, dass dieses Risiko die Fortführung des Unternehmens nicht gefährdet, sind Lebensversicherer dazu verpflichtet, ausreichendes Kapital vorzuhalten. Die Solvency II-Richtlinie der Europäischen Union bildet die Grundlage für eine standardisierte Berechnung solcher Kapitalreserven. Ihr Ziel ist es, dass Versicherer ein Geschäftsjahr mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,5 % überstehen. Daher werden bei der Berechnung in der Regel nur potenzielle Verluste über dieses nächste Geschäftsjahr berücksichtigt.

Im Bereich der Langlebigkeitsrisiken gibt es jedoch auch längere Zeiträume, die ebenfalls von Interesse sind. Im Own Risk and Solvency Assessment (ORSA) werden daher weitere auch mittel- bis langfristige Zeithorizonte berücksichtigt. Zum Beispiel verlangt Leitlinie 8, dass eine mittel- oder langfristige Perspektive bei der Bewertung der Solvabilitätsanforderungen einbezogen wird. Daraus wird deutlich, dass verschiedene Zeithorizonte eine bedeutende Rolle bei der Bewertung von Langlebigkeitsrisiken spielen.

Die Berechnung des Solvency Capital Requirements (SCR) von Langlebighkeitsrisiken basiert üblicherweise auf einem stochastischen Sterblichkeitsmodell, insbesondere wenn sie im Rahmen eines (teilweise) internen Modells durchgeführt wird. Es stehen verschiedene Sterblichkeitsmodelle zur Verfügung, wie etwa die Modelle von Lee und Carter (1992) oder Cairns et al. (2006), und jedes von ihnen führt zu unterschiedlichen Kapitalanforderungen. Diese Situation wird als Modellrisiko bezeichnet.

Es gibt jedoch auch eine Art von Modellrisiko, die in der Literatur oft übersehen oder vernachlässigt wird. Bei den angewandten stochastischen Sterblichkeitsmodellen basiert die Projektion der Sterblichkeitsraten auf stochastischen Projektionsprozessen. Im Laufe der Jahre wurden mehrere solcher Projektionsprozesse in der Literatur vorgeschlagen, darunter der am weitesten bekannte Random Walk mit Drift (RWD) oder der Trendänderungsprozess von Börger und Schupp (2018). Die Wahl des Projektionsprozesses hat, ebenso wie die Wahl des Sterblichkeitsmodells selbst, einen direkten Einfluss auf die resultierenden Kapitalanforderungen.

Ziel der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist die Analyse des Modellrisikos, das sich aus den zugrunde liegenden stochastischen Projektionsprozessen bei der Quantifizierung von Langlebighkeitsrisiken ergibt. Dabei werden verschiedene Zeithorizonte betrachtet, die in Bezug auf diese Risiken von Interesse sind. Um ein besseres Verständnis von weiteren Einflussfaktoren auf das Langlebighkeitsrisiko über begrenzte Zeithorizonte zu erlangen, werden zudem verschiedene wichtige Eingabeparameter im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse untersucht.

Methodik

Als Grundlage der Quantifizierung von Langlebighkeitsrisiken über verschiedene Zeithorizonte dient das Value-at-Risk-Framework von Richards et al. (2020). Die Implementierung kann in fünf Schritte unterteilt werden. Zunächst wird ein Sterblichkeitsmodell an einen vorhandenen Datensatz gefittet. Aufgrund seiner einfachen Struktur machen wir vom CBD-Modell von Cairns et al. (2006) Gebrauch. Es basiert auf zwei zeitabhängigen Periodeneffekten, die einerseits durch den weit bekannten

RWD und andererseits durch den Trendänderungsprozess von Börger und Schupp (2018) modelliert und projiziert werden. Der RWD ist nach wie vor der Standardansatz in der Literatur, leidet jedoch unter dem strukturellen Manko, dass der Drift fixiert ist und somit auch in der Zukunft unverändert bleibt. Der Trendänderungsprozess überwindet diesen Nachteil und ist daher eine realistischere Methode zur Projektion von Periodeneffekten.

Das Sterblichkeitsmodell wird verwendet, um eine Verteilung der Best Estimate Liability (BEL) zu einem betrachteten Zeithorizont T zu erzeugen. Dafür werden die Periodeneffekte des CBD-Modells über diesen Zeitraum in einer ausreichend großen Anzahl von äußeren Simulationspfaden simuliert und die dazugehörigen Sterbewahrscheinlichkeiten bestimmt.

Für jeden dieser äußeren Pfade wird bei Verwendung des RWD die Entwicklung der zugrunde liegenden Bevölkerung über den betrachteten Zeitraum anhand der simulierten Sterbewahrscheinlichkeiten projiziert und der Datensatz entsprechend erweitert. An den erweiterten Datensatz wird erneut ein Sterblichkeitsmodell angepasst. Dies ist notwendig, um den zum Zeitpunkt T vorherrschenden Sterblichkeitstrend möglichst aktuell abzubilden, auf dem die weiterführenden Projektionen beruhen.

Wird der Trendänderungsprozess verwendet, so kann der zum Zeitpunkt T aktuelle Trend nach Börger et al. (2021) direkt aus den bis dahin projizierten Periodeneffekten geschätzt werden. Deshalb können die Projektion der Bevölkerungsentwicklung und das erneute Anpassen eines Sterblichkeitsmodells übersprungen werden, was den Prozess in diesem Zusammenhang effizienter als den RWD macht.

Im letzten Schritt werden versicherungsmathematische Barwerte mittels Monte-Carlo-Simulation für jeden der äußeren Simulationspfade abgeleitet. Beispielhaft betrachten wir dabei klassische sofortbeginnende sowie aufgeschobene Renten, da das Langlebigkeitsrisiko im Allgemeinen auch vom Design der Versicherungsprodukte abhängt.

Durch diese Prozedur entsteht eine Menge $S_{x,T}$, die die erwarteten Rentenbarwerte jedes äußeren Simulationspfades zum Zeitpunkt T enthält. Das Langlebigkeitsrisiko wird anschließend wie folgt bestimmt:

$$\text{VaR}_{\alpha,x,T} = \left(\frac{\alpha - \text{Quantil von } S_{x,T}}{\text{Mittelwert von } S_{x,T}} - 1 \right) \cdot 100\%$$

In dieser Formel wird das absolute Langlebigkeitsrisiko in Form einer Kapitalanforderung (wie z.B. das SCR) durch die BEL (den Mittelwert) des betrachteten Rentenprodukts geteilt. $\text{VaR}_{\alpha,x,T}$ stellt damit das relative Langlebigkeitsrisiko bzw. die relativen Kapitalanforderungen des jeweiligen Produkts zum Konfidenzlevel α für einen x -jährigen Versicherungsnehmer zum Zeitpunkt T dar. Diese Werte dienen als zentrale Größe für Vergleiche.

Zentrale Ergebnisse

Die durchgeführten Analysen ergaben mehrere wichtige Unterschiede zwischen dem RWD und dem Trendänderungsprozess bei der Quantifizierung des Langlebigkeitsrisikos, die einen entscheidenden Einfluss auf zahlreiche Situationen in Bezug auf diese Risiken haben.

Über eine Einjahresbetrachtung, wie sie im Solvency-II-Ansatz verwendet wird, führt der RWD zu höheren relativen Kapitalanforderungen als der Trendänderungsprozess. Das Gleiche gilt für die kurzfristigen Horizonte von drei bis fünf Jahren, wie sie im ORSA-Bericht betrachtet werden. Aufgrund der geringen Wahrscheinlichkeiten treten Trendänderungen in kurzen Zeiträumen nur selten auf. Der Haupttreiber für Unsicherheiten liegt hier in den Schwankungen um den vorherrschenden Trend, die für den RWD stärker sind. Unter der Annahme, dass der Trendänderungsprozess die Realität genauer widerspiegelt, führt dies zu einer Überschätzung des Langlebigkeitsrisikos in kürzeren Zeiträumen.

Das genaue Gegenteil gilt für die mittel- bis langfristige Perspektive. Mit länger werdenden Zeithorizonten werden eine oder mehrere Trendänderungen immer wahrscheinlicher. In diesem Fall würden die Projektionen des RWD mit gleichbleibendem Drift das Langlebigkeitsrisiko deutlich unterschätzen, was sich beispielsweise auf die Schätzung von Buyout-Prämien über einen Zeithorizont von etwa zehn Jahren auswirken würde.

Über längere Zeiträume von 15 bis 25 Jahren zeigte sich ein weiterer entscheidender Unterschied bei der Betrachtung der Ruinwahrscheinlichkeiten, die den Value-at-Risk-Schätzungen zugrunde

liegen. Das resultierende Langlebigkeitsrisiko, das unter Verwendung des 99,5%-Quantil in den RWD-Projektionen ermittelt wurde, liegt im selben Intervall wie das Langlebigkeitsrisiko, das mit dem 95%-Quantil aus den Projektionen des Trendänderungsprozesses hervorgeht. Geht man wiederum davon aus, dass der letztgenannte Prozess die Realität besser widerspiegelt, würde die Ruinwahrscheinlichkeit durch den RWD langfristig deutlich unterschätzt. Konkret beträgt die Ruinwahrscheinlichkeit in der Trendänderungsprojektion 5% und ist damit zehnmal so hoch wie die 0,5% aus den RWD-Berechnungen, was zu erheblichen Fehlern bei der Bestimmung des Risikokapitals für Langlebigkeitsrisiken führen kann.

Fazit

Die gewonnenen Beobachtungen haben eine sehr hohe praktische Relevanz, da der RWD nach wie vor der Standardansatz für die Projektion zeitabhängiger Parameter in stochastischen Sterblichkeitsmodellen ist.

In allen betrachteten Situationen und über die verschiedenen Zeithorizonte hinweg wurde deutlich, dass das Modellrisiko in Bezug auf die zugrunde liegenden stochastischen Projektionsprozesse sehr wesentlich ist. Neben der Verwendung verschiedener Sterblichkeitsmodelle (wie dem Lee-Carter- oder dem CBD-Modell) ist es auch von Bedeutung, verschiedene stochastische Projektionsprozesse zu verwenden. Dadurch soll sichergestellt werden, dass Aktuarien fundierte Erkenntnisse erhalten, die für die Bewertung von Langlebigkeitsrisiken unerlässlich sind.