

Grundlagen der Physik I Wintersemester 2004 \ 2005
Blatt 6, Besprechung am 29. November & 3. Dezember

1. Wie groß müßte die Knautschzone eines PKW mindestens sein, wenn die maximal zulässige Beschleunigung für seine Insassen $6g$ beträgt, und das Auto bei einem Unfall von 144km/h , 108km/h , 72km/h innerhalb der Knautschzonenlänge zum Stehen kommt? Nehmen Sie dazu eine konstante Bremsbeschleunigung a beim Zusammendrücken der Knautschzone an. Ist diese Annahme berechtigt? Wie schnell darf man also bei einer 2m langen Knautschzone höchstens fahren?
2. In der Vorlesung haben Sie das Newton-Axiom $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ als Möglichkeit zur Bestimmung der Orts-Zeitfunktion $\vec{s}(t)$ eines Teilchens kennengelernt. Gegeben sei dazu das Kraftgesetz $\vec{F} = m\vec{b} \times \vec{v}$, wobei $\vec{b} = (1\frac{1}{s}, 0\frac{1}{s}, 0\frac{1}{s})^T$, m die Masse und $\vec{v}$ die Geschwindigkeit des Teilchens ist. Berechnen Sie daraus die Bahn $\vec{s}(t)$ des Teilchens unter den Anfangsbedingungen $\vec{s}_0 = (1\text{m}, 0\text{m}, 0\text{m})^T$, $\vec{v}_0 = (1\frac{m}{s}, 0\frac{m}{s}, 1\frac{m}{s})^T$. Hinweis: Wenn Sie dabei zwei gekoppelte DGLen $\dot{v}_x = \text{konst} \cdot v_y$ und $\dot{v}_y = \text{konst} \cdot v_x$ erhalten, dann leiten Sie selbige einfach noch einmal nach der Zeit t ab, und setzen das Ergebnis in die Ausgangsgleichungen ein.
3. Aber es funktioniert auch anders herum. Nehmen Sie dazu an, Sie hätten einen Körper beobachtet, der sich auf einer Ellipse um einen fest im Mittelpunkt der Ellipse stehenden Körper herumbewegt. Leiten Sie daraus das Kraftgesetz $\vec{F}(\vec{r})$ her, das zwischen diesen zwei Körpern herrscht. Um welche Kraft könnte es sich dabei handeln?
4. Ein Geschoss der Masse 10kg werde aus einem um 45° aufgerichteten Geschütz mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 300m/s abgefeuert. Aufgrund eines technischen Mangels wird nach 10s Flugdauer der 1kg schwere Zünder des Geschosses vom Rest innerhalb von $0,01\text{s}$ mit einer Kraft von 1000N tangential zur augenblicklichen Flugrichtung abgesprengt. Berechnen Sie unter vernachlässigung der Reibung, wann und wo die beiden Geschossteile auftreffen. (Hinweis: zusammengesetzte Bewegung aus Schwerpunktsbewegung und Bewegung relativ dazu)
5. Als Häuslesbauer stellen Sie für den Transport des Sandes zur Baustelle ein Förderband auf. Auf dieses Band rieselt Sand mit der Rate $\alpha = 1\frac{\text{kg}}{\text{s}}$. Ist eine Kraft F nötig, um die Geschwindigkeit $v = 1\frac{\text{m}}{\text{s}}$ des waagerechten Förderbandes konstant zu halten? Wenn ja, gilt dann $F = m \cdot a$? Berechnen Sie, wenn möglich, diese Kraft.
6. Eine Rakete der Anfangsmasse $m_0 = 1\text{t}$ steige mit kontinuierlichem Antrieb senkrecht nach oben. Dabei sei die Auspuffgeschwindigkeit relativ zur Rakete $v_0 = 2000\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und der Masseausstoß $\mu = 10\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ zeitlich konstant. Die Bewegung erfolge reibungsfrei bei konstanter Erdbeschleunigung g . Berechnen Sie den Impuls $p(t)$ und die Höhe $h(t)$ der anfänglich ruhenden Rakete in Abhängigkeit von der Zeit t und bestimmen Sie diese Werte für $t = 1\text{s}$, 10s , 100s . (Hinweis: Sie sollten die DGL $\dot{v}(t) = \frac{\mu \cdot v_0}{m(t)} - g$ erhalten und durch Trennung der Veränderlichen integrieren.)
7. (a) Welche Höhe über dem Erdboden und welche Geschwindigkeit besitzt ein geostationärer Satellit?
(b) Auf der Verbindungslinie zwischen Erde und Mond ist in welchem Abstand vom Erdmittelpunkt die Gravitation der Erde dem Betrag nach gleich der des Mondes?
8. Die Gravitationsfeldstärke über der Erdoberfläche $g(r) = G\frac{M}{r^2}$ enthält den Erdradius R nicht. Man kann also so tun, als ob die gesamte Masse M der Erde in ihrem Mittelpunkt vereinigt wäre. Wie lautet $g(r)$ in einem Schacht bis zum Erdmittelpunkt? Skizzieren Sie den Verlauf von $g(r)$. Hinweis: Machen Sie sich zuerst klar, daß nur die Massen zu $g(r)$ beitragen, deren Abstand zum Erdmittelpunkt kleiner ist als r . Betrachten Sie die Massendichte der Erde als konstant und benutzen Sie als Referenzgröße die Gravitationsfeldstärke an der Erdoberfläche $g_0(R) = G\frac{M}{R^2} = 9,81\text{m/s}^2$.
9. Weil Sie die Planetenbahnen noch nicht analytisch berechnen möchten, versuchen Sie es daher numerisch. Nehmen Sie dazu an, daß die Planetenbewegung in der x, y -Ebene mit bekannten Anfangsbedingungen $\vec{x}_0, \vec{v}_0$ verlaufe. Für die x - und die y -Komponente gelten nachfolgende Beziehungen, deswegen schreiben wir sie mit $\{x, y\}$ als Argument auf, anstelle sie zweimal zu formulieren. Es gilt das Gravitationsgesetz (1) : $m_p a_{\{x, y\}} = -GM_S m_p \frac{\{x, y\}}{R^3} = F_{\{x, y\}}$, für die mittleren Geschwindigkeiten im Zeitintervall $t \dots t + \tau$ gilt: (2) : $\{x, y\}(t + \tau) = \{x, y\}(t) + \tau \cdot v_{\{x, y\}}(t + \tau/2)$, für die mittleren Beschleunigungen gilt entsprechend: (3) : $v_{\{x, y\}}(t + \tau/2) = v_{\{x, y\}}(t - \tau/2) + \tau \cdot a_{\{x, y\}}(t)$. Für den Start gelte die Beziehung: (4) : $v_{\{x, y\}}(\tau/2) = v_{\{x, y\}}(0) + (\tau/2)a_{\{x, y\}}(0)$. Berechnen Sie daraus die Bahnkurve für die Werte: $G \cdot M_S = 1$, $x(0) = 0,5$, $y(0) = 0$, $v_x(0) = 0$, $v_y(0) = 1,63$, $\tau = 0,1$ und zeichnen Sie einen kompletten Umlauf auf.
10. Variieren Sie die Anfangsbedingungen in Aufgabe 9. Wie sieht es mit der Genauigkeit der numerischen Rechnung aus? Können Sie den Flächensatz (2. Keplersches Gesetz) anhand ihrer Zeichnungen erkennen?