Grundlagen der Physik I Wintersemester 2004 \ 2005
Blatt 3, Besprechung am 8. & 12. November

1. Ein Pilot fliegt mit seinem Sportflugzeug von Augsburg nach Dresden. Die Entfernung beträgt $400km$, die Kursrichtung über Grund ist NNO. Der Tower in Augsburg gibt dem Piloten an, daß der Wind direkt nach Osten mit einer Geschwindigkeit von $60km/h$ bläst. Die relative Flugzeuggeschwindigkeit bezüglich der Luft beträgt $200km/h$.
   (a) Welchen Steuerkurs muß der Pilot einhalten?
   (b) Wie groß ist die Absolutgeschwindigkeit des Flugzeugs über Grund?
   (c) Wie lange dauert der Flug?
2. Sie lassen einen Stein in eine tiefe Höhle fallen und hören dessen Aufschlag nach t Sekunden. Wie tief ist diese Höhle (Schallgeschwindigkeit $c = 340m/s$)?
3. Ein Sprinter läuft die $100m$ in $10s$. Dabei beschleunigt er auf den ersten $30m$ der Bahn gleichmäßig und läuft danach mit konstanter Geschwindigkeit ins Ziel. Wie groß sind dabei die Beschleunigung a und die Endgeschwindigkeit v_E?
4. Wieviel Minuten nach 6 Uhr holt der Minutenzeiger den Stundenzeiger zum ersten Mal ein?
5. Die Räder (Durchmesser $D = 1m, 16$ Speichen) eines Wagens im Wild West Film scheinen im Fernsehbild (50 Bildwechsel pro Sekunde) still zu stehen. Welche Geschwindigkeit kann der Wagen besitzen? Bei welcher Geschwindigkeit des Wagens sieht man im Film die Räder des Wagens vorwärts und bei welcher rückwärts drehen?
6. Die kartesischen Koordinaten der Bahn eines Massenpunktes lauten:
   $x(t) = R\cos(\omega t);\ y(t) = R\sin(\omega t);\ z(t) = b\omega t$.
   Geben Sie den Ortsvektor $\vec{r}$ in Zylinderkoordinaten an. Welche Bedeutung besitzt b? Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}$ und die Beschleunigung $\vec{a}$ des Massenpunktes in kartesischen Koordinaten, sowie die dazugehörigen Beträge v, a. Um welche Bahnkurve handelt es sich? Zeichnen Sie sie.
7. Gegeben sei das 3-dimensionale kartesische Koordinatensystem K mit den Einheitsvektoren $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ und ein weiteres kartesisches Koordinatensystem K' mit den Einheitsvektoren $\vec{e'}_1, \vec{e'}_2, \vec{e'}_3$, das aus K durch Drehung um die $\vec{e}_3$–Achse mit dem Drehwinkel β hervorgeht.
   Zeigen Sie, daß sich diese Transformation folgendermaßen schreiben läßt: $(\vec{e'}_1, \vec{e'}_2, \vec{e'}_3)^T = \hat{D}_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)^T$, wobei $\hat{D}_1$ die *Drehmatrix* ist. Welche anschauliche Bedeutung besitzen die Einträge der Matrix $\hat{D}_1$? Bestimmen Sie die Koordinaten x'_1, x'_2, x'_3 eines raumfesten Vektors $\vec{r}$ bei Drehung des Koordinatensystems in Abhängigkeit von seinen 'alten' Koordinaten x_1, x_2, x_3 in der Form: $\vec{r'} = \hat{D}_2\vec{r}$.
   Hinweis: Für raumfeste Vektoren gilt $\vec{r} = \sum_{i=1}^{3} x_i\vec{e}_i = \sum_{j=1}^{3} x'_j\vec{e'}_j = \vec{r'}$.
8. Sei nun der Vektor $\vec{r}$ im drehenden Koordinatensystem fest verankert (koordinatensystemfest). Bestimmen Sie seine Koordinaten x'_1, x'_2, x'_3 im neuen Koordinatensystem in Abhängigkeit von den 'alten' Koordinaten x_1, x_2, x_3 in der Form: $\vec{r'} = \hat{D}_3\vec{r}$. Welche Beziehung besteht zwischen den Matrizen $\hat{D}_1, \hat{D}_2$ und $\hat{D}_3$?
   Hinweis: Hier gilt $\vec{r} = \sum_{i=1}^{3} x'_i\vec{e}_i = \sum_{j=1}^{3} x_j\vec{e'}_j = \vec{r'}$.
9. Ist es dasselbe, ob man das Koordinatensystem bei raumfesten Vektor um den Winkel β, oder das Koordinatensystem bei koordinatensystemfesten Vektor um den Winkel $-\beta$ dreht? Ist es dasselbe, ob man ein Koordinatensystem zuerst um den Winkel α und dann um den Winkel β dreht, oder ob man gleich um den Winkel $\alpha + \beta$ dreht? Zeigem Sie ihre Behauptungen rechnerisch!
10. Gemäß des Satzes von *de Moivre* gilt: $e^{i\phi} = \cos\phi + i\sin\phi$. Insofern lassen sich Kreisbewegungen komplex darstellen als: $z(t) = Re^{i\phi(t)}$. Bestimmen Sie in dieser komplexen Darstellung die Geschwindigkeit $\frac{d}{dt}z(t)$ und die Beschleunigung $\frac{d^2}{dt^2}z(t)$, und vergleichen Sie ihre Ergebnisse mit denen in der reellen Darstellung aus der Vorlesung.