

An Analysis of Credit Risk Models

Zusammenfassung der Masterarbeit an der Universität Ulm

Alisa Flügel

Motivation

Anleihen gehören zu den wichtigsten Quellen, um Einnahmen für Altersvorsorgeprodukte oder Investitionsstrategien zu generieren. Aus diesem Grund ist es sinnvoll zu betrachten, inwieweit sich der Einbezug von ausfallbaren Nullkuponanleihen auf Investitionsstrategien und langfristige Sparprozesse auswirkt, wie sie beispielsweise bei Rentenversicherungen auftauchen.

Im Gegensatz zu risikolosen Nullkuponanleihen muss das beinhaltete Kreditrisiko beachtet und durch passende Modelle abgebildet werden. Deshalb wurden ausgewählte Modelle verglichen und deren Einfluss auf Überlebenswahrscheinlichkeiten, jährliche Renditen und Sparprozesse untersucht.

Speziell das Kreditrisikomodell von EIOPA, der European Insurance and Occupational Pensions Authority, das 2020 im Rahmen des Pan-European Personal Pension Product (PEPP) vorgeschlagen wurde, wurde aufgrund der hohen Aktualität näher betrachtet und mit bereits bestehenden Modellen verglichen.

Überblick der Modelltypen

Um einen Überblick über die existierenden theoretischen Modelltypen zur Abbildung von Kreditrisiko zu geben, werden einzelne Modelle eingehender beleuchtet. Dazu zählt auch das Longstaff and Schwartz (LS) Modell, das zur Klasse der First Passage Time Modelle gehört. Diese sind eine Untergruppe der Firm Value Modelle und berücksichtigen den vorzeitigen Konkurs eines Unternehmens und damit auch den Ausfall von Nullkuponanleihen vor deren Fälligkeit. Grundsätzlich wird der Wert der Vermögenswerte des Unternehmens durch einen Prozess modelliert und zusätzlich wird eine Ausfallgrenze definiert. Sobald der Wertprozess des Unternehmens diese Grenze erreicht oder unterschreitet, bedeutet dies den Konkurs des Unternehmens. Das LS-Modell stellt eine der vielen Möglichkeiten dar, diese Ausfallgrenze zu definieren.

Eine zweite große Modellklasse sind die Intensity Modelle. Dieser Klasse gehören auch das Jarrow-Turnbull (JT) Modell und das Modell von

EIOPA an. Die allgemeine Idee besteht darin, den Ausfall oder Konkurs durch einen Prozess zu modellieren, der in den meisten Fällen vom Zustand 'kein Ausfall' in den Zustand 'Ausfall' springt. Dabei bestimmt die Default Intensity die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls in einem bestimmten Zeitintervall. Sie wird im Fall des JT Modells als Konstante gewählt, während das Modell von EIOPA von einem Cox-Ingersoll-Ross-Prozess ausgeht. Nach der theoretischen Vorstellung der Modelle gliedert sich die Analyse der Modelle dann in drei Abschnitte.

Vergleich der Modelle

Um die Ergebnisse der drei vorgestellten Modelle für das Kreditrisiko vergleichbar zu machen, wird zuerst jeweils die Struktur der Überlebenswahrscheinlichkeiten unter dem realen Wahrscheinlichkeitsmaß für eine Periode von 15 Jahren bestimmt. Für die Kalibrierung der Modelle werden entsprechend reale 1-, 5- und 15-jährige Überlebenswahrscheinlichkeiten der Rating-Klasse BB von Standard & Poor's Financial Services LLC verwendet.

Während die Wahrscheinlichkeit unter dem realen Maß im JT Modell bereits durch diese Werte eindeutig kalibriert werden kann, werden sowohl beim LS Modell als auch bei EIOPAs Modell Annahmen in Bezug auf die Parameter getroffen, um die drei Kalibrierungen vergleichbar zu machen.

Betrachtet man die Ergebnisse, so fällt auf, dass die beiden Intensity Modelle sehr ähnliche und bessere Resultate liefern als das LS Modell. Allerdings könnten die Ergebnisse des letzteren durch eine genauere Kalibrierung vermutlich noch verbessert werden. Außerdem wird deutlich, dass die Qualität der Ergebnisse stark von der gewählten Referenzperiode für die Kalibrierung abhängt. Insbesondere wenn einjährige Überlebenswahrscheinlichkeiten für die Bestimmung der Parameter verwendet werden, sind die Abweichungen von den realen Werten besonders gegen Ende der betrachteten Periode sehr groß.

Jährliche Rendite von ausfallbaren Nullkuponanleihen

Die verbleibenden Schritte der Analyse fokussieren sich auf das Modell von EIOPA, da es das neueste der hier vorgestellten Modelle ist. Für dieses Modell wird das Zusammenspiel der bereits betrachteten Überlebenswahrscheinlichkeiten mit dem Modell für die risikolose Zinsrate, dem G2++ Modell, betrachtet. Das Modell ist auch als Two-Factor Hull-White Modell bekannt und bildet die Short Rate als Summe

zweier korrelierter normalverteilter Prozesse und einer deterministischen Funktion ab.

Mithilfe dieses Modells können über die Preise risikoloser Nullkuponanleihen sowohl die Spot Rate für eine Periode von einem Jahr als auch die Rendite einer 'Rolling Down the Yield Curve' Strategie bestimmt werden. Die Strategie entspricht in diesem Fall dem Kauf einer risikolosen Nullkuponanleihe mit einer Laufzeit von 10 Jahren und dem Verkauf im nächsten Jahr mit einer verbleibenden Laufzeit von 9 Jahren. Die Kombination mit dem Modell für das Kreditrisiko liefert dann die entsprechenden jährlichen Renditen für Investitionen in ausfallbare Nullkuponanleihen. Aus diesem Grund müssen sowohl für das Modell des Kreditrisikos als auch für das Modell des nominalen Zines geeignete Kalibrierungen gefunden werden.

Anschließend werden mithilfe der Software R 100.000 Realisationen der 40-jährigen Prozesse mit Zeitintervallen von einem Jahr generiert. Dies wird sowohl für die risikolose als auch für die ausfallbare Nullkuponanleihe der Rating-Klasse BB durchgeführt. Die Verteilung der Renditen nach 40 Jahren wird als Ergebnisgröße ausgewertet. Es zeigt sich, dass Investitionen in ausfallbare Nullkuponanleihen zu höheren Medianwerten der beiden jährlichen Renditen führen als Investitionen in risikolose Nullkuponanleihen. Gleichzeitig ist der Interquartilsabstand bei diesen aber höher.

Investitionsstrategien mit ausfallbaren Nullkuponanleihen

Abschließend werden die bisher gewonnenen Ergebnisse auf drei Investitionsstrategien angewendet, um die Auswirkungen von ausfallbaren Nullkuponanleihen auf Sparprozesse zu prüfen. Die Anlagestrategien haben eine Laufzeit von 40 Jahren, was einem typischen Anlagezeitraum für Altersvorsorgeprodukte entspricht. Es wird von jährlichen Zeitintervallen ausgegangen und für die Verteilungen werden erneut 100.000 Realisationen generiert. Die Investition besteht aus einem Einmalbeitrag und als Ergebnis werden die annualisierten Log-Renditen, auch interner Zinsfuß genannt, untersucht.

Drei verschiedene Investitionsstrategien werden betrachtet. Die ersten beiden beinhalten die jährliche Reinvestition des bis dahin akkumulierten Vermögens in risikolose beziehungsweise ausfallbare Nullkuponanleihen der Rating-Klasse BB einmal mit der einjährigen Spot Rate und einmal mit der wie oben beschriebenen 'Rolling Down the Yield Curve' Strategie. Die entstehende Verteilung des internen Zinsfußes des Sparprozesses nach 40 Jahren liefert dann folgende Erkenntnis: auch hier führt die Einbindung des Kreditrisikos zu einem höheren Median für den internen Zinsfuß bei gleichzeitig höherer Standardabweichung.

Die letzte Strategie geht in anderer Weise vor als die ersten beiden. Für ein Portfolio mit einer Investition von 50% des Vermögens in ausfallbare Nullkuponanleihen der Rating-Klasse BB und 50% in Aktien wird die Standardabweichung des internen Zinsfußes nach 40 Jahren bestimmt. Ein zweites Portfolio mit risikolosen Nullkuponanleihen und Aktien wird so gestaltet, dass die Standardabweichung, bei eventuell anderer prozentualer Zusammensetzung der Nullkuponanleihen und Aktien, gleich hoch ist wie die des ersten Portfolios. Das bedeutet, dass das eingegangene Risiko gemessen an der Standardabweichung für beide Portfolios gleich hoch ist. Der festgelegte Anteil der in die risikolosen/ausfallbaren Nullkuponanleihen und die Aktien investiert wird, bleibt in jedem Jahr gleich. Das bedeutet, es findet jedes Jahr ein Rebalancing der bisher akkumulierten Vermögenswerte statt.

Das Portfolio mit Investitionen in Aktien und Nullkuponanleihen erzielt dabei bessere Quantile bei gleicher Standardabweichung, wenn in ausfallbare statt risikolose Nullkuponanleihen investiert wird.

Fazit und Ausblick

In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass die verschiedenen Annahmen der Kreditrisikomodelle Auswirkungen auf die Struktur der Überlebenswahrscheinlichkeiten haben. So lieferten das JT Modell und das Modell von EIOPA hier bessere Ergebnisse als das LS Modell. Inwieweit die Ergebnisse des LS Modells und des Modells von EIOPA durch eine bessere Kalibrierungsmethode verbessert werden könnten, müsste weiterführend untersucht werden.

Die Auswertung der Renditen hat gezeigt, dass Nullkuponanleihen mit BB-Rating zu höheren Werten für die Quantile der jährlichen Renditen führen. Dies gilt insbesondere für den Median. Gleichzeitig weisen die Renditen für ausfallgefährdete Anleihen einen höheren Interquartilsabstand auf. Was die Investitionsstrategien betrifft, so ist die Standardabweichung des internen Zinsfußes bei Anleihen mit BB-Rating höher. Die Werte der Quantile sind allerdings ebenfalls höher. Dies entspricht besseren Renditechancen bei höherem Risiko. Die letzte Strategie zeigt sogar, dass es möglich ist, bei gleicher Standardabweichung bessere Quantile zu erzielen, wenn man in ausfallbare Nullkuponanleihen und Aktien investiert.

Zur Verbesserung des Modells von EIOPA könnte das G2++ Modell recht einfach durch die Annahme eines nicht konstanten Market Price of Risk ausgebaut werden. Dies könnte in einer weiterführenden Analyse untersucht werden. Natürlich ist dabei zu beachten, dass die Komplexität des Modells und der damit verbundene Rechenaufwand immer auf die konkrete Anwendung anzupassen sind.