

# **Grundlagen der Fuzzy-Logik und ihre Anwendung zur Modellierung der Anlagestrategie von Versicherungsnehmern bei fondsgebundenen Lebensversicherungen**

## **Zusammenfassung der Bachelorarbeit an der Universität Ulm**

Elyesa Sarikaya

Die Sprache, die Menschen im Alltag zur Vermittlung von Informationen verwenden, ist meist sehr ungenau und unpräzise. Die Grundidee der Fuzzy-Logik ist, diese unscharfen Wahrnehmungen darzustellen und zu verarbeiten, um auch Schlussfolgerungen aus ihnen ziehen zu können. *Etwas älter*, oder *sehr schnell* sind Beispiele solcher sogenannten linguistischen Ausdrücke. In der klassischen Logik geht man hingegen von exakten quantitativen Aussagen aus, denen man eindeutig entweder den Wahrheitswert *wahr* oder *falsch* zuordnet.

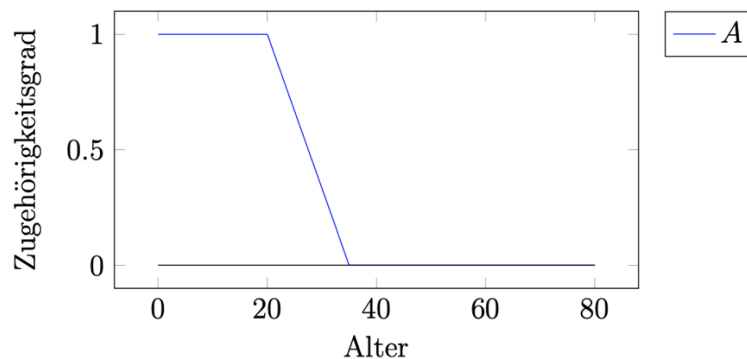
Obwohl unscharfe Aussagen wie *Das Auto ist weit entfernt* nicht präzise definiert werden können, helfen und beeinflussen sie uns bei unseren Entscheidungen. Ordnet man ihnen aber einen Wahrheitswert *wahr/falsch* zu, so können wichtige Informationen verloren gehen, da der *Grad der Zugehörigkeit* nicht berücksichtigt wird.

Ziel der Arbeit ist es, die Grundlagen der Fuzzy-Logik darzustellen und mithilfe von diesen das fuzzy-logische Schließen mit unscharfen Aussagen zu erarbeiten. Dabei ist die zentrale Fragestellung, wie man die Theorie der Fuzzy-Logik anwenden kann, um die Entscheidungsfindung von Menschen bei der Wahl ihrer Anlagestrategie bei fondsgebundenen Lebensversicherungen zu modellieren. Genauer soll auf der Grundlage von Fuzzy-Logik ein Modell entwickelt werden, mit dem die Wechselwahrscheinlichkeit von Versicherungsnehmern zwischen verschiedenen Anlagekategorien berechnet werden kann. Dabei soll der Fokus in der Arbeit nicht darauf liegen, ein optimales Modell zu erarbeiten, sondern eher die Anwendbarkeit von Fuzzy-Logik in solchen Anwendungsfällen zu untersuchen. Daher werden einige Annahmen auch mit Expertenmeinungen begründet sein, auch wenn diese mit statistischen Methoden genauer und umfassender analysiert werden könnten.

## Fuzzy-Logik

Die Grundidee der Fuzzy-Logik ist es, die Identifikation einer Teilmenge  $A \subseteq U$  einer beliebigen Grundmenge  $U$  mit ihrer Indikatorfunktion  $1_A$  zu verallgemeinern. Der Gedanke, für ein Element  $x \in U$  nur zwei mögliche Werte zu haben, welche  $1_A(x)$  annehmen kann, wird erweitert. Eine beliebige Abbildung  $A : U \rightarrow [0,1]$  heißt dann Fuzzy-Menge über  $U$  und für  $x \in U$  ist  $A(x) \in [0,1]$  der *Zugehörigkeitsgrad* von  $x$  in  $A$ .

Setze etwa  $A(x) = 1$  für  $x < 20$ ,  $A(x) = 0$  für  $x > 35$  und  $A(x) = \frac{35-x}{15}$  sonst, dann ist  $A$  eine Fuzzy-Menge über  $R_{\geq 0}$ . Sie könnte etwa den linguistischen Ausdruck *junges Alter* modellieren. Dann wäre  $A(30) = 1/3$ , was so interpretiert werden kann, dass eine 30-jährige Person einen Zugehörigkeitsgrad von  $1/3$  zur Menge der Menschen in jungem Alter hat.



In den ersten beiden Kapiteln wird auf der Grundlage dieser Überlegungen das fuzzy-logische Schließen hergeleitet. Bei diesem geht es darum, mithilfe von unscharfen Wenn-Dann Regeln der Form

$$R: \text{ Wenn } A_1 \text{ und } \dots \text{ und } A_n \text{ dann } B$$

eine Fuzzy-Menge  $\mathcal{R}^{\text{output}}$  zu erhalten, welche die Informationen der unscharfen Regeln zusammenfasst und sie in einer Fuzzy Outputgröße darstellt. Dabei stehen  $A_1, \dots, A_n$  und  $B$  für linguistische Ausdrücke, dargestellt als Fuzzy-Mengen.

Ein Beispiel einer solchen unscharfen Regel ist etwa *Wenn der Abstand zum Auto groß ist und es langsam fährt, gehe ich über die Straße.*

Um Fuzzy-Mengen wie in der Regel dargestellt miteinander verknüpfen zu können, müssen Operationen auf ihnen definiert werden. Eine Möglichkeit den Durchschnitt zweier Fuzzy-Mengen  $A$  und  $B$  zu definieren ist über das Minimum, d.h.  $(A \cap B)(x) = \min(A(x), B(x))$ ,

entsprechend die Vereinigung mit dem Maximum. Dies erlaubt **und**-, bzw. **oder**-Verknüpfungen zwischen Fuzzy-Mengen.

Die Wenn-Dann Regeln können dann mit sogenannten Fuzzy-Relationen modelliert werden. Diese werden im zweiten Kapitel behandelt.

Das theoretische Hauptresultat ist dann die Definition des *Fuzzy-Inferenzschemas*. Ausgehend von einer endlichen Anzahl oben genannter Wenn-Dann Regeln und den dazugehörigen Fuzzy-Mengen liefert dieses eine Verarbeitungsvorschrift, um aus diesen Regeln eine Schlussfolgerung in Form einer Fuzzy-Menge zu erhalten. Dabei sind in dieser Arbeit immer auch scharfe Eingangswerte zu den Ausdrücken gegeben, also etwa das exakte Alter einer Person.

Das Inferenzschema besteht dabei im Wesentlichen aus fünf Schritten: In einem ersten Schritt, der *Fuzzifizierung der Eingangswerte*, werden die scharfen Eingangswerte in die entsprechenden Fuzzywerte umgerechnet (vgl. Beispiel oben). Der zweite Schritt besteht aus der Ermittlung der *aktiven Regeln*. Betrachtet man etwa eine Regel „*Wenn die Person jung ist, ...*“, die vorliegende Person aber 65 Jahre alt ist, dann wäre die Regel nicht aktiv, da  $A(65) = 0$ , wenn man von der Modellierung von jungem Alter wie oben ausgeht. In einem nächsten Schritt wird dann auf jede aktive Regel das Inferenzschema angewendet, woraus sich entsprechend viele Ausgangs-Fuzzy-Mengen  $R_i^{\rightarrow}$  ergeben. Da die einzelnen Regeln implizit mit einem logischen **oder** verbunden sind, ergibt sich die gemeinsame Ausgangs-Fuzzy-Menge dann als

$$\mathcal{R}^{\text{output}} = \max_i R_i^{\rightarrow}$$

In den meisten Anwendungsfällen erwartet man einen scharfen Ausgabewert als Ergebnis des Inferenzvorgangs. Die Fuzzy-Menge der Schlussfolgerung muss also in einen scharfen Wert umgewandelt werden. Dieser Vorgang wird *Defuzzifizierung* genannt und am Ende des dritten Kapitels behandelt.

## **Modellierung von Kundenverhalten in der Lebensversicherung mit Fuzzy-Logik**

In dem letzten Kapitel werden die theoretischen Ergebnisse genutzt, um das Verhalten von Versicherungsnehmern bei fondsgebundenen Lebensversicherungsprodukten zu untersuchen. Genauer wird von Kunden die Wahrscheinlichkeit von einer Fondskategorie in eine andere zu wechseln in Abhängigkeit von verschiedenen Eingabevariablen modelliert. Als Eingabevariablen werden dabei das *Alter des Versicherungsnehmers*, die *Zeit seit Vertragsbeginn* und die

*Performance der Fondskategorien* betrachtet. Die Ausgangsgröße ist dann die Wechselwahrscheinlichkeit zu einer anderen Fondskategorie. Bevor diese als Fuzzy-Mengen modelliert werden, werden einige vereinfachende Annahmen zu den Fondskategorien und deren Performance dargestellt und erläutert.

Die konkrete Darstellung der Ein – und Ausgabevariablen als Fuzzy-Mengen ist dann, wie in der Einleitung erwähnt, mit Expertenmeinungen begründet. Ebenso stützen sich die verwendeten Regeln in Form einer Entscheidungsmatrix auf Expertenmeinungen, wobei im Wesentlichen von einer Life-Cycle-Investment Anlagestrategie ausgegangen wird. Ein Beispiel einer verwendeten Regel ist etwa

Wenn  $A_{\text{jung}}$  und  $Z_{\text{kurz}}$  und  $P_{\text{ma}}^1$  und  $P_{\text{sa}}^2$  dann  $W_{\text{sehr hoch}}$ ,

d.h. eine junge Person, die seit kurzem ihren Vertrag besitzt, hat eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit ihre Fondskategorie von 1 nach 2 (risikoavers nach risikoneutral) zu wechseln, wenn die Kategorie 1 *mittelmäßig attraktiv* ist und Kategorie 2 *sehr attraktiv* ist. Die Modellierung der Fuzzy-Mengen gibt dabei an, wie diese linguistischen Ausdrücke zu verstehen sind.

Nach der Vorbereitung wird das Modell im nächsten Abschnitt anhand eines konkreten numerischen Beispiels mit dem Fuzzy-Inferenzschema veranschaulicht und berechnet.

Da in dem Inferenzschema Operatoren verwendet werden, welche nicht eindeutig sind, wird die Sensitivität des Modells in Bezug auf die konkrete Modellierung der Fuzzy-Mengen und die verwendeten Operatoren an dem konkreten Beispiel analysiert. So könnte etwa der Durchschnitt zweier Fuzzy-Mengen auch über  $(A \cap B)(x) = A(x) \cdot B(x)$  gegeben sein. Auch bei der Defuzzifizierung gibt es verschiedene Methoden, die verwendet werden können.

## **Ergebnisse und Fazit**

Zusammenfassend wurde im ersten Kapitel der Arbeit zunächst die Theorie der Fuzzy-Logik motiviert, um dann die wesentlichen Grundlagen und Eigenschaften zu erarbeiten. Anschließend ging es darum, aus diesen Grundlagen die Theorie des fuzzy-logischen Schließens herzuleiten und an konkreten Beispielen die Anwendbarkeit aufzuzeigen.

Das letzte Kapitel befasst sich dann mit der Modellierung der Anlagestrategie von Versicherungsnehmern bei fondsgebundenen Lebensversicherungen auf der Grundlage und mithilfe der Ergebnisse zur Theorie der Fuzzy-Logik.

Dabei sollte ein Modell entwickelt werden, mit dem die Wechselwahrscheinlichkeit von Versicherungsnehmern zwischen verschiedenen Anlagekategorien berechnet werden kann.

Der Fokus lag dabei nicht darauf, ein optimales Modell zu erarbeiten, sondern eher zu untersuchen, ob und inwiefern Fuzzy-Logik bei der Modellierung von menschlichem Verhalten in der Lebensversicherung angewendet werden kann, weshalb einige getroffenen Annahmen mit Expertenmeinungen begründet wurden.

Das numerische Beispiel hat die Anwendbarkeit dann veranschaulicht und annehmbare Ergebnisse geliefert. Die anschließende Analyse der Sensitivität anhand dieses konkreten Beispiels hat aufgezeigt, dass die Wahl der Parameter in dem Modell eine wesentliche Bedeutung für das Ergebnis hat, wobei Abweichungen mit der Theorie begründet werden können.

Angemerkt sei dabei dennoch, dass das Modell durch Einbeziehen weiterer Eingabeparameter optimiert werden könnte. Auch die Hinzunahme weiterer Fuzzy-Mengen und Verwendung von komplexeren Abbildungsvorschriften bei der Modellierung der Ein- und Ausgangsgrößen, etwa beim Alter des Versicherungsnehmers oder der Zeit seit Vertragsbeginn, könnten das Modell verbessern.

Mit den Ausführungen in dieser Arbeit kann also festgehalten werden, dass Fuzzy-Logik bei der Modellierung von Kundenverhalten in der Lebensversicherung Anwendung finden kann, da die Theorie des fuzzy-logischen Schließens eine Möglichkeit bietet, das menschliche Verhalten abzubilden. Ob das Modell dann zu akzeptierbaren Ergebnissen führt, muss mit realen Daten und bestehenden Modellen analysiert und verglichen werden.

Diese Arbeit hat dabei nur einen möglichen Anwendungsfall aufgegriffen, es sind aber viele weitere denkbar. Es muss dann im Einzelfall einerseits überprüft werden, ob die Anwendung von Fuzzy-Logik überhaupt sinnvoll ist und andererseits, wie die Parameter in dem Modell konkret gewählt werden sollten, um zufriedenstellende Ergebnisse zu erhalten.

Eine umfassendere Erarbeitung der Theorie könnte dabei zu einem besseren Verständnis von Letzterem führen.

Auch eine allgemeinere Analyse der Sensitivität der gewählten Parameter könnte zu neuen Erkenntnissen in der Theorie führen.