

Solvencykaptial für FLV unter Berücksichtigung von dynamischem Storno

Michael Kochanski

Preprint Series: 2010-11



Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
UNIVERSITÄT ULM

Solvenzkapital für FLV unter Berücksichtigung von dynamischem Storno

Michael Kochanski

29. Juni 2010

Inhaltsverzeichnis

1	Das Modell	1
1.1	Das Produkt - eine vereinfachte FLV	1
1.2	Kapitalmarktmodell	4
1.3	Zusammenhang zwischen Kapitalmarkt und Storno	5
1.4	Stornofunktionen	8
2	Berechnung des Solvenzkapitals	13
2.1	Stressszenarien	13
2.2	Das partielle interne Modell	14
3	Ergebnisse	15
4	Sensitivitätsanalyse	19
	Literaturverzeichnis	I

Tabellenverzeichnis

1	Parameterannahmen	3
2	Kapitalmarktannahmen	5
3	Parameterannahmen für Stornofunktionen TypA1-4	10
4	Parameterannahmen für Stornofunktionen TypB1-4	11
5	Parameterannahmen für Stornofunktionen TypC1-2	13

Abbildungsverzeichnis

1	TypA1 – TypA2	9
2	TypA3 – TypA4	9
3	TypB1 – TypB2	10
4	TypB3 – TypB4	11
5	TypC1 – TypC2	12
6	Modulare Struktur der SCR-Berechnung	14
7	Methodik	15
8	PVFP mit Beobachtungszeitraum: 1, 12 bzw. 36 Monate	16
9	SCR, Beobachtungszeitraum: 36 Monate	17
10	SCReq, Beobachtungszeitraum: 36 Monate	17
11	solvency ratio, Beobachtungszeitraum: 36 Monate	18
12	SCR - Analyse, Beobachtungszeitraum: 36 Monate	18
13	solvency ratio, $T = 20$	19
14	solvency ratio, $T = 10$	20

Einleitung

Innovative Lebensversicherungsprodukte wie fondsgebundene Lebensversicherungen, Hybrid-Lebensversicherungen und Variable Annuities erfreuen sich rasch zunehmender Nachfrage und haben einen großen Anteil am Neugeschäft in Deutschland. Da traditionelle Versicherungsprodukte weiterhin den Großteil an den Beständen der Lebensversicherer ausmachen, konzentrierte sich die Diskussion über die Standardformel zur Berechnung des Solvenzkapitals bisher weitgehend auf ebendiese Produkte. Eine ausführliche Diskussion darüber, wie Solvenzkapital für innovative Lebensversicherungsprodukte im Rahmen der Standardformel berechnet werden kann, ist deshalb erforderlich.

Die vorliegende Arbeit untersucht einen interessanten Aspekt des fondsgebundenen Lebensversicherungsgeschäfts in Zusammenhang mit Solvency II. Da Stornorisiken zunehmende Bedeutung für innovative Lebensversicherungsprodukte haben, stellt die Modellierung von Storno eine neue Herausforderung dar.

Im Abschnitt 1 wird zunächst das untersuchte Produkt sowie Annahmen bezüglich des Kapitalmarktes und des Bestandes beschrieben. Anschließend wird ein Zusammenhang zwischen Kapitalmarkt und dem Verhalten des Versicherungsnehmers hergestellt. Dabei wird auch ein Überblick über Storno betreffende Literatur sowie bisher veröffentlichte Studien gegeben. Die Beschreibung eines Ansatzes zur Modellierung von dynamischem Stornoverhalten bildet den Abschluss des Abschnittes. Abschnitt 2 beinhaltet eine kurze Charakterisierung der Standardformel zur Berechnung des Solvenzkapitals aus QIS4 sowie eine Beschreibung des stochastischen partiellen internen Modells zur Einbettung dynamischen Stornoverhaltens in die Standardformel. Die Ergebnisse einer Simulationsstudie für einen homogenen Bestand fondsgebundener Lebensversicherungen sowie einer Sensitivitätsanalyse bezüglich relevanter Parameter werden in Abschnitt 3 sowie 4 präsentiert.

1 Das Modell

Zunächst wird das in dieser Studie untersuchte Produkt, eine vereinfachte fondsgebundene Lebensversicherung (FLV), beschrieben. Es folgt eine kurze Charakterisierung des zugrundeliegenden stochastischen Kapitalmarktmodells. Anschließend wird ein Zusammenhang zwischen Kapitalmarkt und Storno hergestellt, begründet und dessen Auswirkungen beschrieben. Das Modell zur Implementierung von dynamischem Stornoverhalten schließt das Kapitel ab.

1.1 Das Produkt - eine vereinfachte FLV

Prämien

Die vereinfachte FLV beinhaltet eine Einmalprämie, die zu Beginn der Vertragslaufzeit vom Versicherungsnehmer (VN) an das Versicherungsunternehmen (VU) gezahlt wird. Das VU verwendet die Prämienzahlung, um nach Abzug der Abschlusskosten Anteile an einem Investmentfonds zu erwerben. Bei einer FLV werden Zahlungsströme gewöhnlich auf monatlicher Basis kalkuliert. Sei T die Laufzeit der Police in Jahren, dann bezeichnet $t = 0, \dots, 12T$ die Schrittlänge der Fortschreibung in Monaten.

Kosten

Es werden drei Kostenarten der FLV berücksichtigt: Abschlusskosten sowie fixe und variable laufende (monatliche) Kosten. Monatliche Fixkosten sind deterministisch gegeben und für alle t konstant, variable Kosten hängen prozentual vom Wert des Investmentfonds ab. Abschlusskosten werden sofort nach Einzahlung der Einmalprämie abgezogen. Laufende Kosten entstehen jeweils zum Ende eines Monats. Um die Kosten zu finanzieren, wird dem Investmentfonds eine Kostenrücklage in Höhe der laufenden Kosten 1. Ordnung entzogen. Die im Modell tatsächlich anfallenden Kosten (Kosten 2. Ordnung) werden am Ende des Monats mit der Kostenrücklage verrechnet. Im laufenden Monat erwirtschaftet die Kostenrücklage den risikolosen Zins.

Sterblichkeit

Zur Modellierung der Sterblichkeit wurde die Sterbetafel DAV 2008 T verwendet. Die unterjährliche Sterblichkeit wird als gleichverteilt angenommen.

Garantierte Todesfalleistungen

Todesfalleistungen werden jeweils zum Ende des Monats ausbezahlt. In der Simulationsstudie wurde eine Vielzahl an Todesfallgarantien verwendet. Die hier vorliegenden Ergebnisse beruhen allesamt auf der im Folgenden dargestellten exemplarischen Todesfallgarantie, die mit "Police A" bezeichnet wird. Die garantierte Todesfalleistung bezieht sich sowohl auf den Wert des Investmentfonds FV_t zum Zeitpunkt t als auch auf die Höhe der eingezahlten Beiträge, also der Einmalprämie (P). Die Todesfalleistung DB_t zum Zeitpunkt t ist dann definiert als:

Police A: $DB_t = \max\{1, 1 \cdot FV_t, P\}$.

Ähnlich wie die Kosten werden Todesfalleistungen durch eine Rücklage, die Risikoprämie, finanziert, die zu Beginn des Monats aus dem Investmentfonds entnommen wird. Die Höhe der Risikoprämie entspricht der Differenz aus Investmentfondswert und Todesfalleistung gewichtet mit der Sterbewahrscheinlichkeit 1. Ordnung. Sei q_x die Wahrscheinlichkeit eines x -jährigen im laufenden Jahr zu sterben und sei RP_t die Risikoprämie zum Zeitpunkt t , dann gilt:

$$RP_t = (DB_t - FV_t) \frac{q_x}{12 - q_x}.$$

Auch die Risikoprämie erwirtschaftet im Laufe des Monats den risikofreien Zins. Für den Fall, dass die zu erbringende Todesfalleistung größer ist als der entsprechende Investmentfondswert der Police, wird die Risikoprämie verwendet, um den fehlenden Betrag zu begleichen.

Annahmen 2. Ordnung

Bezüglich der Sterblichkeit und der Kosten werden folgende Annahmen 2. Ordnung getroffen:

- Die Sterbewahrscheinlichkeiten 2. Ordnung entsprechen 60% der Sterbewahrscheinlichkeiten 1. Ordnung.
- Die fixen laufenden Kosten sind deterministisch und wachsen mit einer konstanten Kosteninflationsrate.
- Die variablen Kosten sind Null.
- Die Abschlusskosten 1. Ordnung entsprechen den Abschlusskosten 2. Ordnung.

Das VU verwendet also unterschiedliche Annahmen für Sterblichkeit sowie Kosten. Daraus folgt, dass hieraus langfristig Überschüsse (Risikoüberschüsse und Kostenüberschüsse) entstehen. Diese müssen nach deutschem Recht mit den VN geteilt werden. Kostenüberschüsse beinhalten auch Gewinne aus Stornogebühren sowie Kickbacks¹. Die monatlich entstehenden Überschüsse werden auf einem Überschusskonto angesammelt und erwirtschaften den risikolosen Zins. Zum Ende des Jahres werden mindestens 75% der Risikoüberschüsse und mindestens 50% der Kostenüberschüsse in Form neuer Anteile am Investmentfonds an den VN weitergegeben. Der Rest der Überschüsse geht an das VU. Die Summe der diskontierten Überschüsse entspricht dem Wert des Versicherungsvertrages aus Sicht des VU.

Storno

Bei der Bewertung seines Versicherungsportfolios muss das VU berücksichtigen, dass der VN von seiner Option, den Versicherungsvertrag zu kündigen bzw. zu stornieren, Gebrauch macht. Es gibt viele Faktoren, die eine solche Entscheidung des VN beeinflussen:

¹Kickbacks werden von der Investmentfondsgesellschaft an das VU bezahlt und sind eine Art Mengenrabatt, der durch das hohe Volumen der Transaktionen induziert wird.

Die Restlaufzeit, der Vergleich mit Konkurrenzprodukten, das Alter des Versicherungsnehmers, Arbeitslosigkeit, die Entwicklung des Bruttoinlandsprodukts, das Rating des VU, Marketing und Vertriebskanäle sowie persönliche bzw. familiäre Gründe². Im vorliegenden Modell wird Storno, das durch diese Faktoren induziert wird, deterministisch abgebildet.

Dynamisches Storno, als Spezialfall des „Dynamic Policyholder Behavior“, wird im Modell durch die Entwicklung des Wertes der Versicherungspolice aus Sicht des VN induziert. In der Literatur wird dynamisches Stornoverhalten oft dem finanzrationalen Stornoverhalten gleichgesetzt. In diesem Fall stornieren die VN immer dann, wenn der Rückkaufswert den tatsächlichen Wert der Versicherungspolice übersteigt. In dieser Studie wird dynamisches Storno in weiterem Sinne aufgefasst, eine Tatsache, die die Modellierung von dynamischen, aber nicht finanzrationalem Stornoverhalten ermöglicht. Dynamisches Storno wird in den Abschnitten 1.3 und 1.4 detailliert erläutert³.

Storniert der VN seinen Versicherungsvertrag, so bekommt er den Rückkaufswert abzüglich einer eventuellen Stornogebühr ausbezahlt. Der Rückkaufswert entspricht dem aktuellen Fondswert.

Das deterministische Storno wird durch monoton fallende Stornoraten lr_t^{det} beschrieben. Die Stornorate für das erste Jahr beträgt 10%, fällt jährlich um 1%, bis sie 2% erreicht. Für die restliche Laufzeit beträgt die jährliche Stornorate 2%.

Parameter	Wert	Beschreibung	Kategorie
T	30	Laufzeit in Jahren	allgemein
$gender$	männlich	Geschlecht der VN	
x	30	Alter der VN zum Zeitpunkt $t = 0$	
NP_0	10000	Anzahl der VN zum Zeitpunkt $t = 0$	
P	100000	Einmalprämie in Euro	
$acharges^{rate}$	6%	Abschlusskosten in Prozent von P	Kosten 1. Ordnung
cpu	4	monatliche Fixkosten pro Police in Euro	
$vcharges^{rate}$	0%	monatliche variable Kosten in Prozent von FV_t	
$aexpenses^{rate/}$	6%	Abschlusskosten in Prozent von P	Kosten 2. Ordnung
cpu'	4	monatliche Fixkosten pro Police in Euro	
$cinf$	2%	Kosteninflation (p.a.)	
$vexpenses^{rate/}$	0%	monatliche variable Kosten in Prozent von FV_t	
rb^{rate}	75%	Risikoüberschussbeteiligungrate	Überschussbeteiligung
cb^{rate}	50%	Kostenüberschussbeteiligungsrage	

Tabelle 1: Parameterannahmen

Das VU hat in den meisten Staaten der EU die Möglichkeit, eine Stornogebühr vom Rückkaufswert abzuziehen⁴. Die Stornogebühr wird mit Selektionseffekten, zusätzlichen Kosten oder Auswirkungen auf die Solvenz begründet⁵.

²Zur weiteren Lektüre sei der Leser an Anzilli & De Cesare (2007), Cerchiara *et al.* (2008), Kuo *et al.* (2003), Mauer & Holden (2007), Bacinello (2003), Cox & Lin (2006), Outreville (1990) und Prestele (2006) verwiesen.

³Siehe dazu auch CEIOPS (2009).

⁴Das ist z. B. in Deutschland möglich (siehe VVG §169(5)), nicht aber in Frankreich (siehe Helfenstein & Barnshaw (2003)), oder Norwegen (siehe Nordahl (2008)).

⁵Siehe DAV-Arbeitsgruppe Stornoabzüge (2007) und Gatzert (2009).

Die Stornogebühren betragen für das erste Jahr 5% des Rückkaufswerts und fallen in jedem darauffolgenden Jahr um 0,5%, bis sie 0% erreichen.

Soweit nicht anders beschrieben, wurden für die Simulationsstudie die Parameter aus Tabelle 1 verwendet.

1.2 Kapitalmarktmodell

Das Kapitalmarktmodell besteht aus einer risikobehafteten Anlage (z. B. einer Aktie) und einer risikolosen Anlage, die den risikolosen Zins erwirtschaftet. Die risikobehaftete Anlage wird mittels Black-Scholes-Merton modelliert, während die Zinsentwicklung durch das Cox-Ingersoll-Ross-Modell beschrieben wird.

Investmentfonds

Der Investmentfonds besteht nur aus der riskanten Anlage und wird unter Berücksichtigung von Investmentfondsgebühren sowie Kickbacks modelliert.

Sei S_t der Wert einer riskanten Anlage. Mit einer konstanten Volatilität σ , dem risikolosen Zins r_t ⁶ und der Brownschen Bewegung W_t unter dem risikoneutralen Maß⁷ zum Zeitpunkt $t \in [0, T]$ löst S_t folgende stochastische Differentialgleichung:

$$dS_t = r_t S_t dt + \sigma S_t dW_t.$$

Die explizite analytische Lösung ist gegeben durch:

$$S_t = S_{t-1} \exp \left(\int_{t-1}^t \left(r_s - \frac{\sigma^2}{2} \right) ds + \int_{t-1}^t \sigma dW_s \right).$$

Bezeichne nun *FundFee* eine konstante Fondsgebührenrate, die von der Investmentfondsgesellschaft einbehalten wird, und sei A_t der Wert eines Anteils des Investmentfonds, dann beschreibt

$$dA_t = r_t A_t dt + \sigma A_t dW_t + \log(1 - \text{FundFee}) A_t dt$$

die Entwicklung des Investmentfonds. Der Investmentfonds wird also analog zu einer dividendenzahlenden Aktie modelliert⁸. Die analytische Lösung dieser SDE kann geschrieben werden als

$$\begin{aligned} A_t &= A_{t-1} \exp \left(\int_{t-1}^t \left(r_s - \frac{\sigma^2}{2} + \log(1 - \text{FundFee}) \right) ds + \int_{t-1}^t \sigma dW_s \right) \\ &= A_{t-1} \frac{S_t}{S_{t-1}} (1 - \text{FundFee}). \end{aligned}$$

⁶Unter der Annahme eines adaptierten Zinsratenprozesses r_t , siehe Shreve (2000, Seite 215).

⁷Siehe Shreve (2000, Seite 214-217).

⁸Siehe Shreve (2000, Seite 234-240).

Die Höhe der Kickbacks, die von der Investmentfondsgesellschaft an das VU gezahlt und aus den Fondsgebühren finanziert werden, wird durch

$$\text{Kickbacks (per share)} = A_t \cdot \text{kickbackrate}$$

beschrieben.

Zinsraten

Zur Modellierung der Short Rates wurde das Cox-Ingersoll-Ross-Modell verwendet⁹. Sei lm das langfristige Mittel, mrs die Driftrate, σ_r die Volatilität der Zinsraten und W_t^r eine Brownsche Bewegung (unkorreliert mit W_t), dann gilt für r_t :

$$dr_t = mrs (lm - r_t) dt + \sigma_r \sqrt{r_t} dW_t^r.$$

Parameterannahmen

Soweit nicht anders beschrieben, wurden für die Simulationsstudie die Parameter aus Tabelle 2 verwendet.

Parameter	Wert	Beschreibung	Kategorie
n	200000	Anzahl der Simulationen	allgemein
ρ	0	Korrelation zwischen den Brownschen Bewegungen	
S_0	100	Startwert	riskante Anlage
σ	20%	Volatilität p.a.	
r_0	4%	Startwert	Zinsraten
mrs	0,3	Driftrate	
lm	4.5%	langfristiges Mittel	
σ_r	2.5%	Volatilität p.a.	
$aFundFee$	1.5%	Investmentfondsgebühr p.a.	Investmentfonds
$akickbackrate$	0,5%	Kickbackrate p.a.	

Tabelle 2: Kapitalmarktannahmen

1.3 Zusammenhang zwischen Kapitalmarkt und Storno

Zunächst wird davon ausgegangen, dass das Stornoverhalten der Versicherungsnehmer konstant und somit unabhängig von der Entwicklung ihres Fondsvermögens ist. Die entsprechende Stornovariablen wird im Folgenden als deterministische Stornorate bezeichnet und beschreibt die Anzahl der stornierten Verträge in einem Jahr in Prozent¹⁰. Eine solche Vereinfachung beachtet jedoch folgende Einflüsse des Kapitalmarktes auf das Stornoverhalten des Versicherungsnehmers nicht:

- Eine unerwartet positive Entwicklung des Kapitalmarktes kann entweder zu vermehrten Gewinnmitnahmen oder zur Abnahme des Stornos in Erwartung weiter steigender Kurse führen.

⁹Siehe Shreve (2000, Seite 151-153).

¹⁰Die Stornoraten werden ähnlich wie Sterblichkeitswahrscheinlichkeiten in Stornotafeln angegeben. Allerdings muss jedes Versicherungsunternehmen eigene Stornotafeln für jede Produktart erstellen.

- Eine unerwartet negative Entwicklung des Kapitalmarktes wiederum kann entweder zu einer Panikreaktion und somit Massenstorno oder zur Abnahme des Stornos führen, um Verluste „auszusitzen“.

Dieser Umstand wird unter anderem auch in der QIS4-Studie thematisiert: „In general, policyholders’ behavior should not be assumed to be independent of financial markets, a firm’s treatment of customers or publicly available information unless proper evidence to support the assumption can be observed“¹¹.

Die Erfassung von dynamischem Verhalten der Versicherungsnehmer stellt eine große Herausforderung für Aktuarer dar. Der Mangel an verlässlichen Daten sowie die Anzahl der möglichen Einflussfaktoren erschweren eine Modellierung zukünftiger Entscheidungen der Versicherungsnehmer. Bei einer Markteinführung neuer Versicherungsprodukte fehlen naturgemäß zusätzlich Erfahrungswerte. Es ist daher davon auszugehen, dass dynamisches Stornoverhalten ein beträchtliches Risiko darstellen kann. Insbesondere für Versicherungsprodukte mit zugrundeliegenden volatilen Werten, wie einer FLV, können in der Literatur Indizien für dynamisches Stornoverhalten gefunden werden.

Es ist nicht das Ziel dieser Arbeit, einen solchen Zusammenhang zwischen der Wertentwicklung des Investmentfonds und dem Stornoverhalten des Versicherungsnehmers nachzuweisen. In der Literatur finden sich allerdings zahlreiche Hinweise, dass das Stornoverhalten von der Entwicklung des Kapitalmarktes abhängt. So konnte ein Zusammenhang zwischen der Wertentwicklung des FTSE 100 und den Neuabschlüssen von britischen „unit-linked life insurance“-Produkten festgestellt werden¹². Aufgrunddessen lässt sich auch ein Zusammenhang zwischen Stornoverhalten und Kapitalmarkt vermuten: „Clients may also lapse the policy if market conditions – and thus the value of the unit-linked fund – change substantially. Policyholders may want to profit from capital gains in times of booming stock markets and limit their losses when markets decline“¹³. Eine Untersuchung des französischen Marktes liefert weitere Argumente: „In general, in view of the growing trend towards unit-linked products, average lapse ratios are likely to be higher and more volatile“¹⁴. Vor allem im Zusammenhang mit Garantien der FLV ist ein vom Kapitalmarkt abhängiges Stornoverhalten naheliegend und in der Literatur schon angeregt¹⁵ worden.

Weitere Hinweise liefert eine Studie von Watson Wyatt, in der das Stornoverhalten der Versicherungsnehmer bei Versicherungsprodukten mit Sparcharakter mit Hilfe von verallgemeinerten linearen Modellen untersucht wird¹⁶. Neben einer Reihe weiterer Faktoren wird der Einfluss der Kapitalmarktentwicklung auf Produkte mit und ohne Garantien beschrieben. Bei Versicherungsprodukten ohne oder mit nur niedrigen Garantien

¹¹Vgl. (CEIOPS, 2008, Seite 34).

¹²Siehe (Helfenstein & Barnshaw, 2003, Seite 7).

¹³Siehe (Helfenstein & Barnshaw, 2003, Seite 25).

¹⁴Siehe (Helfenstein & Barnshaw, 2003, Seite 26)

¹⁵Siehe (Hochreiter *et al.*, 2007, Seite 8).

¹⁶Siehe Edwards (2008) sowie Cerchiara *et al.* (2008).

lässt sich eine lineare Zunahme des Stornos bei schlechter Kapitalmarktentwicklung beobachten. Ein entgegengesetztes Verhalten tritt bei Produkten mit hohen Garantien auf.

Bei der Kalkulation von Variable Annuities wird von einigen Versicherern bereits ein dynamisches Stornoverhalten zugrundegelegt. Dabei wird unterstellt, dass das Storno bzw. die Ausübung der Garantie vom aktuellen Wert („In-the-Moneyness“) der Garantie abhängt¹⁷. Die „American Academy of Actuaries“ verwendet einen „Dynamic Lapse Multiplier“, der die deterministische Stornorate umso mehr senkt, je größer der Wert der Garantie ist¹⁸.

Ein Zusammenhang zwischen der Zinsentwicklung und Stornoverhalten bei traditionellen Lebensversicherungsprodukten wurde anhand von Modellen¹⁹ und empirischen Studien²⁰ untersucht. Es wurden auch andere, mit dem Kapitalmarkt verbundene, Einflussfaktoren auf das Stornoverhalten wie Konsumentennachfrage, Entscheidungen des Managements sowie Rating des Versicherers untersucht²¹.

Einen anderen Ansatz verfolgen dagegen Kolkiewicz und Tan²². Anstatt das Stornoverhalten an die Entwicklung, also Rendite, eines Kapitalmarktes zu knüpfen, wird das Stornoverhalten von der nicht konstanten, stochastischen Volatilität beeinflusst. Hohe Volatilität führt auch zu hohem Storno und umgekehrt. Dabei kann gezeigt werden, dass die Berücksichtigung des stochastischen Stornos bei der Prämienkalkulation einen erheblichen Einfluss auf die Einmalprämien von Versicherungsprodukten mit und ohne Garantien hat. Kolkiewicz und Tan verwenden Stornofunktionen der Form²³

$$h(x) = \gamma \left(\frac{2 \exp(\beta(x - k))}{1 + \exp(\beta(x - k))} \right).$$

Zusätzlich schlagen sie vor, stückweise lineare sowie Arcustangens Funktionen zu verwenden.

Im Folgenden wird ein Zusammenhang zwischen Kapitalmarkt und Stornoverhalten angenommen. Ein finanzrationales Stornoverhalten, wie bei einer Versicherung mit einer Garantie, bei der der Versicherungsnehmer storniert, wenn die garantierte Auszahlung höher ist als der aktuelle Wert des Portfolios, ist im vorliegenden Modell nicht zu erwarten. Hier soll stattdessen das Verhalten anhand der Entwicklung des Kapitalmarktes modelliert werden. Je extremer die Ausschläge am Kapitalmarkt, desto extremer soll das Stornoverhalten sein. Zu Beginn des Abschnitts wurden bereits mögliche Formen des Stornoverhaltens aufgezeigt, eine empirische Studie zum tatsächlichen Stornoverhal-

¹⁷Siehe dazu (Milliman, 2009, Seite 33-36).

¹⁸Siehe dazu American Academy of Actuaries (2005).

¹⁹Siehe De Giovanni (2010).

²⁰Siehe Kuo *et al.* (2003).

²¹Siehe Mauer & Holden (2007).

²²Siehe Kolkiewicz & Tan (2006).

²³Mit $x \geq k$ und den Parametern γ , β und k .

ten bei FLV ohne Garantien ist nach Wissen des Verfassers bislang nicht veröffentlicht worden.

1.4 Stornofunktionen

Das Ziel bei der Konstruktion der Stornofunktion ist es, das Modell einerseits durch eine Verhaltensabhängigkeit zu erweitern und andererseits weiterhin eine Konsistenz zu traditionellen Methoden (Stornotafeln) zu gewährleisten. Darüberhinaus soll die Stornofunktion das Verhalten möglichst sinnvoll interpretierbar wiedergeben. Dies führt zu folgenden Anforderungen an die Stornofunktion:

- Die Stornofunktion soll von der Entwicklung des Kapitalmarktes abhängen. Damit ist die Stornorate lr_t eine Zufallsvariable.
- Um eine Konsistenz zur traditionellen Methodik zu erhalten, wird zur Modellierung der Stornorate der *dln*-Ansatz („dynamic lapse multiplier“) verwendet²⁴. Dabei wird deterministisches Stornoverhalten durch eine Stornotafel mit konstanten Stornoraten lr_t^{det} erfasst und durch einen Faktor *dln* dynamisiert. Es gilt:

$$lr_t := lr_t^{det} \cdot dln.$$

Der dynamic lapse multiplier (*dln*) wird von Stornofunktionen erzeugt.

Es werden drei Typen von Stornofunktionen verwendet: Treppenfunktionen (TypA), lineare Stornofunktionen (TypB) sowie stetige nichtlineare Stornofunktionen (TypC). Bei Stornofunktionen vom TypA und TypB war es möglich, alle vier vorhandenen Verhaltensweisen der Versicherungsnehmer zu modellieren, bei Stornofunktionen vom TypC wurden aufgrund der Konstruktion der Stornofunktionen nur zwei Verhaltensweisen modelliert²⁵. Alle Stornofunktionen verwenden die Rendite des Investmentfonds $\frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}}$ für einen Beobachtungszeitraum *d* (in Monaten). Die Stornofunktionen nehmen Werte im Intervall $[0,5; 1,5]$ an. Zusätzlich sind die Stornofunktionen so kalibriert, dass die extremen Werte des *dln* bei extremen Ausschlägen des Kapitalmarktes, vergleichbar dem Aktienschock in QIS4²⁶, angenommen werden, während der *dln* bei kleinen Änderungen einen Wert nahe eins annimmt.

Treppenfunktionen als Stornofunktionen

Die Verwendung von Treppenfunktionen hat den Vorteil, dass, ohne besondere Schwierigkeiten bei der Bestimmung der Parameter, sowohl eine ausreichende Anzahl an Bedingungen berücksichtigt werden kann als auch eine beliebig genaue Approximation an stetige Funktionen möglich ist. Hier wurden Treppenfunktionen mit vier Stufen verwendet.

²⁴Angeregt durch den dynamic lapse multiplier für GMDB's aus American Academy of Actuaries (2005).

²⁵Siehe Abschnitt 1.3.

²⁶Siehe Abschnitt 2.1.

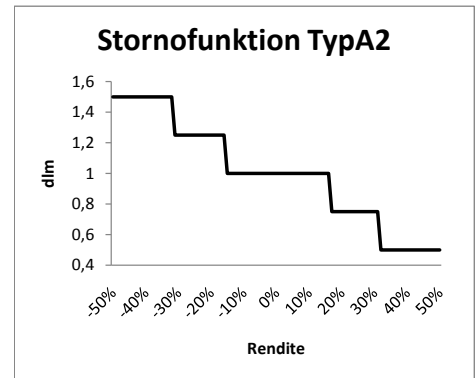
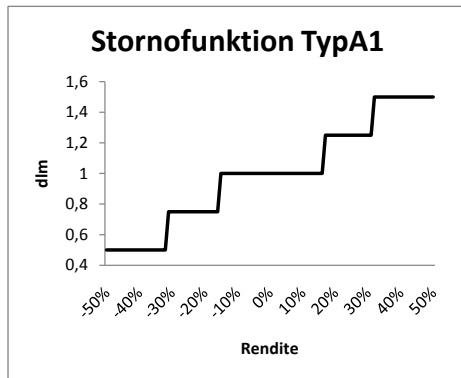


Abbildung 1: TypA1 – TypA2

Für Stornofunktionen TypA1-4 gilt:

$$lr_t = lr_t^{det} \cdot dlm_t \quad \text{mit}$$

$$dlm_t = \begin{cases} dlm_1, & \text{für } \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} \leq R_1 \\ dlm_2, & \text{für } R_a < \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} < R_2 \\ dlm_3, & \text{für } R_b < \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} < R_3 \\ dlm_4, & \text{für } R_c < \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} < R_4 \\ dlm_5, & \text{für } \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} \geq R_4 \end{cases}$$

wobei dlm_1 bis dlm_5 die Werte des dlm bei den durch R_1 bis R_4 festgelegten Renditeintervallen beschreiben. Der Parameter d beschreibt den Zeitraum in Monaten, der vom VN beobachtet wird.

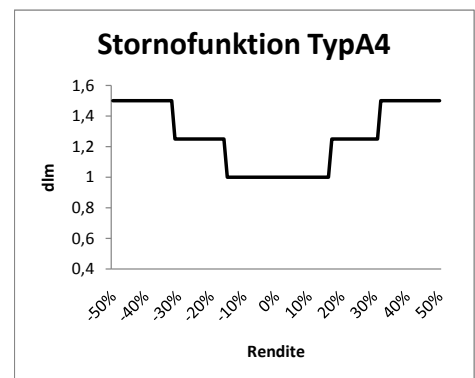
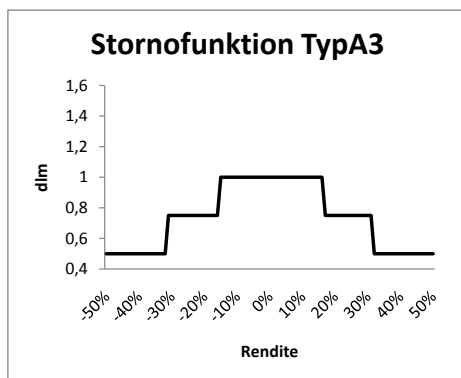


Abbildung 2: TypA3 – TypA4

Parameter	Wert	Kategorie
d_{lm_1}	0,5	TypA1
d_{lm_2}	0,75	
d_{lm_3}	1	
d_{lm_4}	1,25	
d_{lm_5}	1,5	
d_{lm_1}	1,5	TypA2
d_{lm_2}	1,25	
d_{lm_3}	1	
d_{lm_4}	0,75	
d_{lm_5}	0,5	
d_{lm_1}	0,5	TypA3
d_{lm_2}	0,75	
d_{lm_3}	1	
d_{lm_4}	0,75	
d_{lm_5}	0,5	
d_{lm_1}	1,5	TypA4
d_{lm_2}	1,25	
d_{lm_3}	1	
d_{lm_4}	1,25	
d_{lm_5}	1,5	
R_1	0,68	allgemein
R_2	0,84	
R_3	1,16	
R_4	1,32	
d	1/12/36	

Tabelle 3: Parameterannahmen für Stornofunktionen TypA1-4

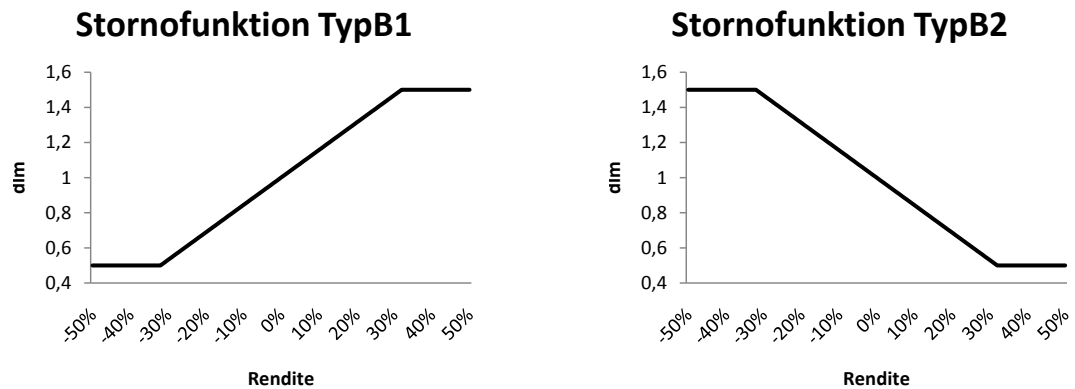


Abbildung 3: TypB1 – TypB2

Lineare Stornofunktionen

Die mit TypB bezeichneten Stornofunktionen interpolieren linear zwischen den d_{lm} -Werten d_{lm_1} bis d_{lm_3} . Der d_{lm} nimmt die Werte d_{lm_1} bis d_{lm_3} bei Renditen R_1 bis R_3

an. Für Stornofunktionen TypB1-4 gilt:

$$lr_t = lr_t^{det} \cdot dlm_t \quad \text{mit}$$

$$dlm_t = \begin{cases} dlm_1, & \text{für } \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} \leq R_1 \\ \alpha_1(dlm_2) \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} + \gamma_1(dlm_2), & \text{für } R_1 < \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} < R_2 \\ \alpha_2(dlm_2) \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} + \gamma_2(dlm_2), & \text{für } R_2 < \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} < R_3 \\ dlm_3, & \text{für } \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} \geq R_3 \end{cases}$$

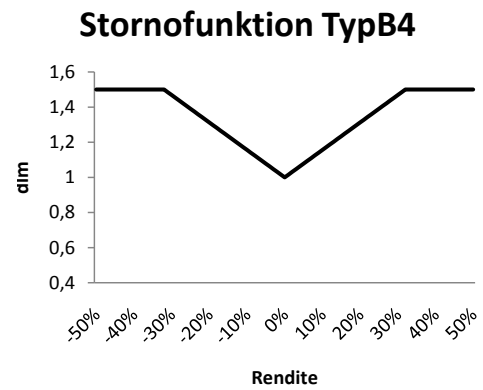
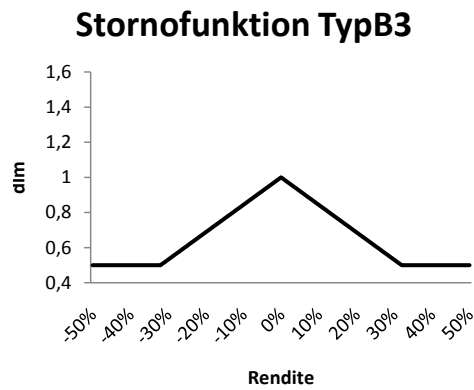


Abbildung 4: TypB3 – TypB4

Parameter	Wert	Kategorie
dlm_1	0,5	TypB1
dlm_2	1	
dlm_3	1,5	
dlm_1	1,5	TypB2
dlm_2	1	
dlm_3	0,5	
dlm_1	0,5	TypB3
dlm_2	1	
dlm_3	0,5	
dlm_1	1,5	TypB4
dlm_2	1	
dlm_3	1,5	
R_1	0,68	allgemein
R_2	1	
R_3	1,32	
$\alpha_1(dlm_2)$	$\frac{dlm_2 - dlm_1}{R_2 - R_1}$	
$\gamma_1(dlm_2)$	$dlm_1 - R_1 \cdot \alpha_1$	
$\alpha_2(dlm_2)$	$\frac{dlm_3 - dlm_2}{R_3 - R_2}$	
$\gamma_2(dlm_2)$	$dlm_2 - R_2 \cdot \alpha_2$	
d	1/12/36	

Tabelle 4: Parameterannahmen für Stornofunktionen TypB1-4

Stetige nichtlineare Stornofunktionen

Im Zusammenhang mit „single premium deferred annuities“ werden in der Literatur Funktionen folgenden Typs verwendet²⁷:

$$l = a + b \cdot \arctan(m(r - i - y) - n),$$

wobei l die jährliche Stornorate ist und die positiven Parameter a , b , m und n so gewählt werden, dass in Extremfällen eine minimale bzw. maximale Stornorate²⁸ angenommen wird. Zudem sollen die Veränderungen der Stornorate mit zunehmender Differenz zwischen den Verzinsungen zunehmen. Hierzu betrachten wir die folgenden Variablen:

- r : Verzinsung durch Wettbewerber.
- i : Verzinsung durch den Versicherer.
- y : Parameter abhängig von Stornogebühr.

Gemäß dem Zugrundeliegenden ergeben sich die Stornofunktionen vom TypC1-2:

$$lr_t = lr_t^{det} \cdot dlm_t \quad \text{mit}$$

$$dlm_t = \begin{cases} dlm_1, & \text{für } \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} \leq R_1 \\ dlm_2 + dlm_3 \cdot \arctan\left(dlm_4 \left(\frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} - 1\right)\right), & \text{für } R_1 < \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} < R_2 \\ dlm_5, & \text{für } \frac{A_t}{A_{\max\{0,t-d\}}} \geq R_2 \end{cases}$$

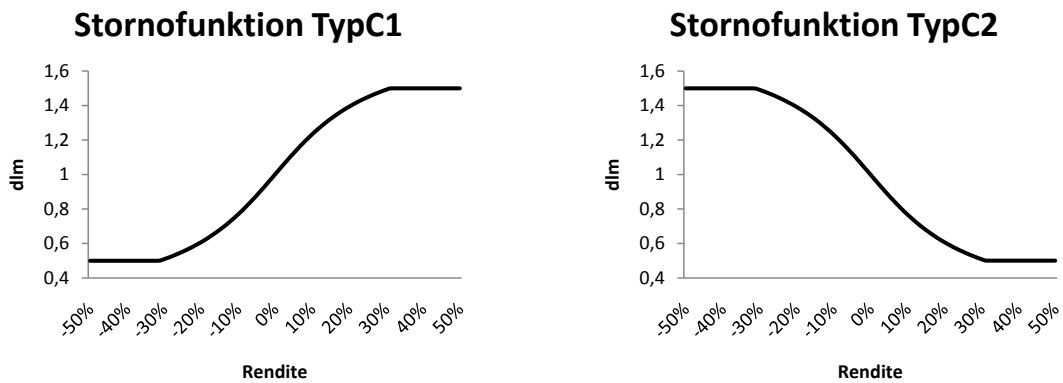


Abbildung 5: TypC1 – TypC2

²⁷Siehe Zenios (1999) und Smink (2001). Ursprünglich wurden solche Stornofunktionen für „residential mortgage prepayments“ verwendet.

²⁸In Zenios (1999, Seite 109) wird minimum lapse rate= 4% bzw. maximum lapse rate= 45% vorgeschlagen.

Parameter	Wert	Kategorie
d_{lm_1}	0,5	TypC1
d_{lm_2}	1	
d_{lm_3}	0,5	
d_{lm_4}	5	
d_{lm_5}	1,5	
d_{lm_1}	1,5	TypC2
d_{lm_2}	1	
d_{lm_3}	0,5	
d_{lm_4}	-5	
d_{lm_5}	0,5	
R_1	0,68	allgemein
R_2	1,32	
d	1/12/36	

Tabelle 5: Parameterannahmen für Stornofunktionen TypC1-2

2 Berechnung des Solvenzkapitals

Im Folgenden soll das partielle interne Modell erläutert werden. Anhand von Stressszenarien und der Standardformel aus QIS4 wird ein Modell entwickelt, das einerseits stochastische Berechnungen ermöglicht und andererseits auf Strukturen der Standardformel wie Aggregationsformel, Korrelationsmatrizen und Stressparameter zurückgreift.

2.1 Stressszenarien

Der Versicherer ist durch den Vertrieb der hier beschriebenen vereinfachten fondsgebundenen Lebensversicherung hauptsächlich zwei verschiedenen Risiken ausgesetzt – dem Marktrisiko und dem versicherungstechnischen Risiko.

Im Folgenden werden diese Risiken erläutert sowie die durch die dazugehörigen Stressszenarien, wie in QIS 4 definiert, benannt.

Marktrisiken

Zinsänderungsrisiko²⁹ – Beim Zinsrisiko werden zwei Stressszenarien angenommen: Eine Verschiebung der Zinskurve nach oben bzw. nach unten. Das Ausmaß der Zinsveränderungen ist der entsprechenden Tabelle in QIS 4 zu entnehmen.

Aktienrisiko³⁰ – Im Kapitalmarkt-Stressszenario wird der Versicherer mit einem einmaligen Kurssturz zu Beginn der betrachteten Periode von 32% konfrontiert³¹.

Versicherungstechnische Risiken

Sterblichkeitsrisiko³² – Das Stressszenario sieht eine Erhöhung der Sterblichkeitsraten („mortality rates“) um 10% vor.

²⁹Siehe (CEIOPS, 2008, Seite 134-137).

³⁰Siehe (CEIOPS, 2008, Seite 137-143).

³¹Es wird angenommen, dass es sich um Kapitalanlagen der Kategorie „Global“ handelt.

³²Siehe (CEIOPS, 2008, Seite 162-164).

Stornorisiko ³³ – Das Stornorisiko umfasst drei Stressszenarien: Eine langfristige Erhöhung bzw. Senkung der Stornorate um jeweils die Hälfte sowie ein einmaliges massives Storno von 30% des Bestandes.

Kostenrisiko ³⁴ – Das Stressszenario sieht eine Erhöhung der Kosten um 10% sowie eine Erhöhung der Kosteninflation um 1% vor.

Zusätzlich zum Markt- und versicherungstechnischen Risiko soll für fondsgebundene Lebensversicherungsprodukte das operationelle Risiko kalkuliert werden. Die Berechnung erfolgt dabei faktorbasiert mit Kosten 1. Ordnung (des vergangenen Jahres) als Risikoträger und 25% als Risikofaktor.

In Graphik 6 ist die modulare Struktur der Berechnung des Solvenzkapitalbedarf dargestellt. Im Folgenden wird die Implementierung eines partiellen internen Modells in die Standardformel erläutert.

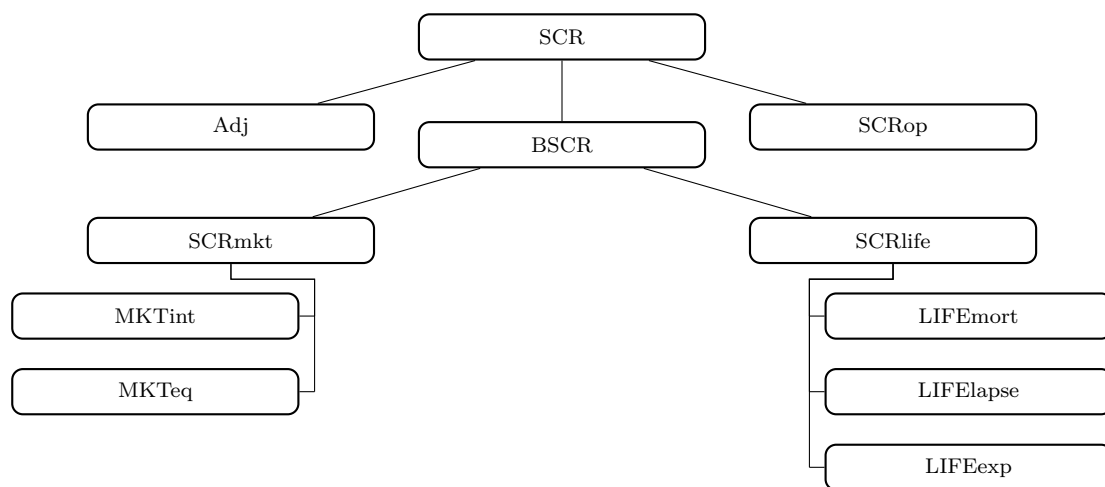


Abbildung 6: Modulare Struktur der SCR-Berechnung

2.2 Das partielle interne Modell

Für kleine und mittlere Versicherungsunternehmen, die innovative Versicherungsprodukte vertreiben, ist die Entwicklung partieller interner Modelle ein interessanter Aspekt von Solvency II. Die Verwendung der ursprünglichen Standardformel ist durch ihre konservative Ausprägung und einseitige Ausrichtung auf traditionelle Versicherungsprodukte zur Berechnung des Solvenzkapitalbedarfs ungeeignet. Durch die Entwicklung und Verwendung partieller interner Modelle ist das Versicherungsunternehmen von der anspruchsvollen Herausforderung befreit, ein vollständiges stochastisches Unternehmensmodell zu entwickeln. So können unter Anderem die vorgegebenen Korrelationsmatrizen und Stressszenarien aus der Standardformel übernommen werden. Anpassungen betreffen nur einzelne Module oder Parameter. Das hier verwendete partielle interne Modell wurde entwickelt, um die hohe Kapitalmarktabhängigkeit sowie mögliche Risiken durch

³³Siehe (CEIOPS, 2008, Seite 167-169).

³⁴Siehe (CEIOPS, 2008, Seite 169-170).

dynamisches Stornoverhalten abzubilden.

Für den deterministischen Teil des Modells werden dieselben Annahmen bezüglich Sterblichkeit, Kosten und deterministischem Storno verwendet wie bei einer Kalkulation mittels der Standardformel. Das Kapitalmarktmodell beinhaltet stochastische Modelle für Zinsen sowie Aktien. Der Hauptbestandteil des partiellen internen Modells ist das Produktmodell, das einen homogenen Bestand fondsgebundener Lebensversicherungen abbildet sowie der daraus resultierenden stochastischen Zahlungsströme. Die Ermittlung des Wertes des Versicherungsportfolios, bezeichnet durch PVFP („present value of future profits“), wird mittels Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt.

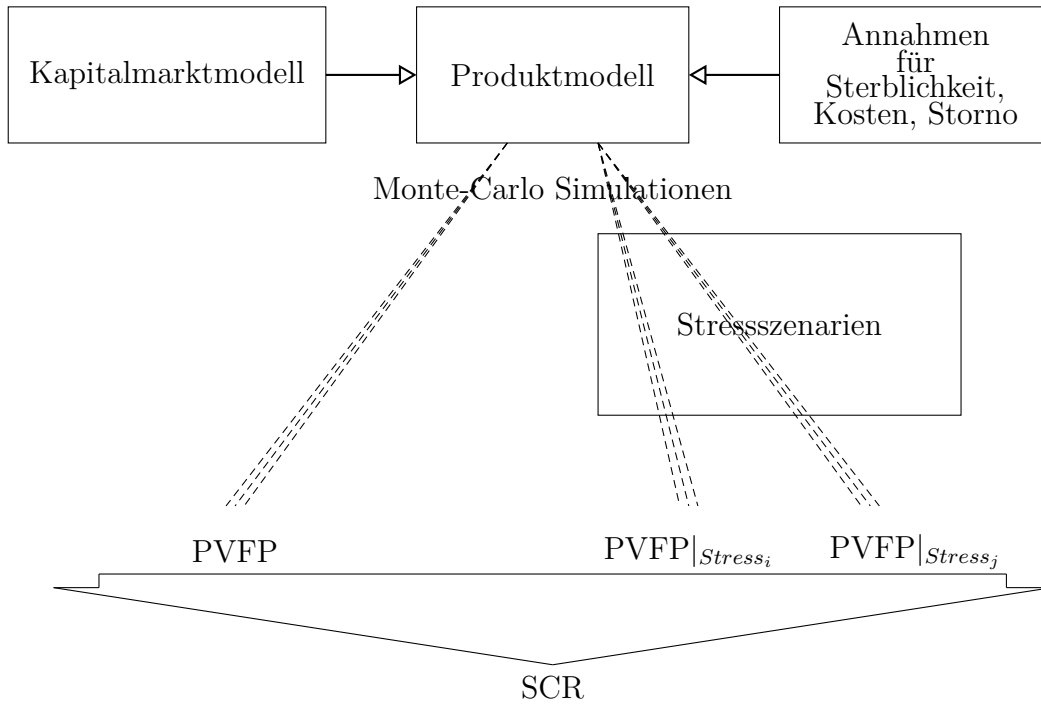


Abbildung 7: Methodik

Es werden zusätzlich die oben beschriebenen Stressszenarien aus QIS4 implementiert. Diese beeinflussen entweder die Annahmen des Produktmodells oder die Parameterannahmen des Kapitalmarktmodells. Anschließend können wieder Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt werden, um den Wert des Versicherungsportfolios, jetzt unter Stressszenarien, zu bestimmen. Der Solvenzkapitalbedarf kann nun wie gewohnt mittels des Δ -NAV-Ansatzes (hier: Δ -PVFP) und der Standardformel samt Korrelationsmatrizen berechnet werden³⁵.

3 Ergebnisse

Die Auswirkungen der Verwendung der dynamischen Stornofunktionen im Vergleich zum Modell mit nur deterministischem Storno werden zunächst aufgezeigt. Dabei werden die

³⁵Siehe hierzu CEIOPS (2008) sowie Kochanski (2010).

Kennzahlen PVFP sowie SCR sowie die Risikolage (dargestellt durch das „solvency ratio“) betrachtet. Anschließend werden die Auswirkungen des dynamischen Stornos auf einzelne Module betrachtet. Die Simulationsstudie wurde für drei verschiedene Beobachtungszeiträume³⁶ durchgeführt.

Abbildung 8 zeigt die Werte für den PVFP, die der homogene Bestand von fondsgebundenen Lebensversicherungen unter Berücksichtigung der verschiedenen Stornofunktionen annimmt. Es ist zu beobachten, dass die Abweichung vom deterministischen Wert, also einer Bewertung ohne dynamische Stornofunktion, einerseits vom Beobachtungszeitraum und andererseits von der Art des Verhaltens der Versicherungsnehmer abhängt. Mit zunehmender Beobachtungsdauer, also einem Renditevergleich über einen längeren Zeitraum, nehmen die Abweichungen zum deterministischen PVFP zu. Dynamische Stornofunktionen, die insgesamt zu einem niedrigeren Stornoniveau führen (insbesondere TypA3 und TypB3), erhöhen den PVFP, Stornofunktionen, die zu hohem Storno führen (insbesondere TypA4 und TypB4), vermindern den PVFP. Diese Aussage wird auch durch das relevante Stressszenario im Stornomodul, nämlich einer Erhöhung des Stornos, gestützt.

Storno	PVFP	Storno	PVFP	Storno	PVFP
det	€ 39,69 mln	det	€ 39,69 mln	det	€ 39,69 mln
TypA1	€ 39,68 mln	TypA1	€ 38,94 mln	TypA1	€ 38,32 mln
TypA2	€ 39,71 mln	TypA2	€ 40,51 mln	TypA2	€ 41,35 mln
TypA3	€ 39,71 mln	TypA3	€ 41,40 mln	TypA3	€ 42,76 mln
TypA4	€ 39,67 mln	TypA4	€ 38,17 mln	TypA4	€ 37,18 mln
TypB1	€ 39,59 mln	TypB1	€ 38,82 mln	TypB1	€ 38,27 mln
TypB2	€ 39,80 mln	TypB2	€ 40,67 mln	TypB2	€ 41,46 mln
TypB3	€ 40,57 mln	TypB3	€ 42,72 mln	TypB3	€ 43,86 mln
TypB4	€ 38,87 mln	TypB4	€ 37,18 mln	TypB4	€ 36,45 mln
TypC1	€ 39,54 mln	TypC1	€ 38,77 mln	TypC1	€ 38,26 mln
TypC2	€ 39,84 mln	TypC2	€ 40,73 mln	TypC2	€ 41,51 mln

Abbildung 8: PVFP mit Beobachtungszeitraum: 1, 12 bzw. 36 Monate

Im Folgenden werden Ergebnisse aus Simulationen mit einem Beobachtungszeitraum von 36 Monaten betrachtet, da die Berücksichtigung verschiedener Stornofunktionen hier zu den stärksten Auswirkungen führt. Zunächst wird der errechnete Solvenzkapitalbedarf betrachtet. Anhand von Abbildung 9 lässt sich beobachten, dass auch das SCR sensitiv bezüglich des Verhaltens der Versicherungsnehmer ist. Stornofunktionen, bei denen eine schlechte Kapitalmarktentwicklung zu erhöhtem Storno führt, während das Storno bei einer guten Kapitalmarktentwicklung abnimmt (TypA2, TypB2 und TypC2), induzieren den höchsten Solvenzkapitalbedarf. Stornofunktionen, die ein entgegengesetztes

³⁶Siehe Abschnitt 1.4.

Verhalten des Versicherungsnehmers modellieren (TypA1, TypB1 und TypC1), führen hingegen zu einem niedrigeren Solvenzkapitalbedarf. Da das Solvenzkapital für die hier betrachteten Produkte stark vom Aktienrisiko dominiert wird (siehe Abbildung 10), kann ein Aktienstress durch dynamisches Verhalten der Versicherungsnehmer, das von der Entwicklung des Fondswerts abhängt, entweder verschlimmert oder auch abgemildert werden. Durch die Modellierung von dynamischem Stornoverhalten werden somit Stornorisiken in jedem Fall auch in anderen Modulen der Standardformel berücksichtigt.

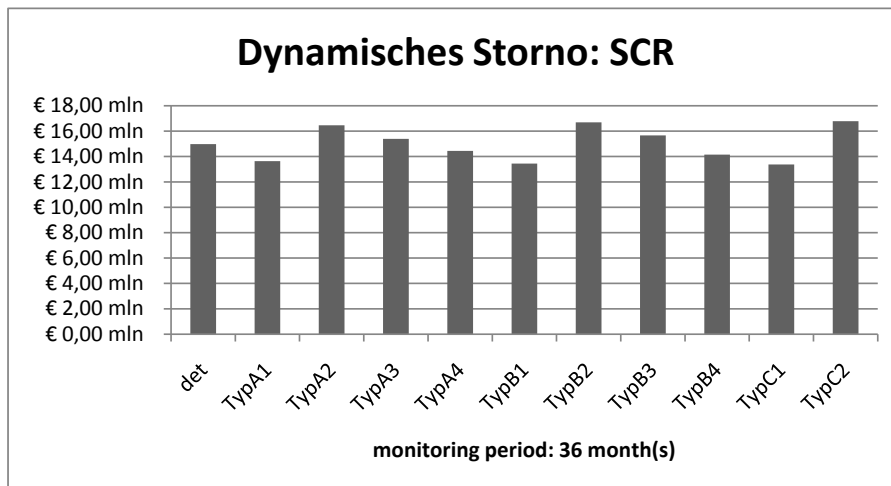


Abbildung 9: SCR, Beobachtungszeitraum: 36 Monate

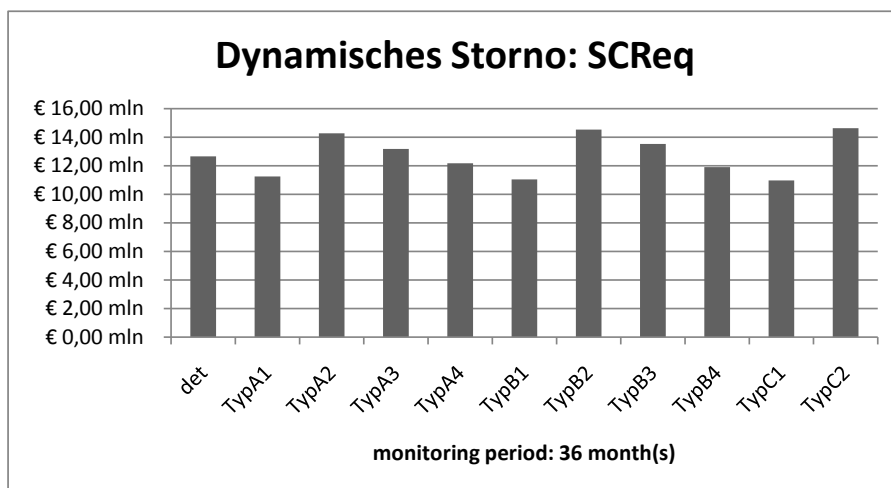


Abbildung 10: SCReq, Beobachtungszeitraum: 36 Monate

Abschließend lässt sich die Risikolage des Versicherungsunternehmens anhand des „solvency ratio“ betrachten. Das „solvency ratio“ bemisst das Verhältnis zwischen PVFP

und Solvenzkapitalbedarf und lässt sich mit der Überdeckungsquote vergleichen. Aus Abbildung 11 lässt sich entnehmen, dass die Berücksichtigung einer dynamischen Stornofunktion bis zu 20% der Überdeckungsquote ausmachen kann. Insbesondere die oben bereits beschriebenen Auswirkungen bestimmter Stornofunktionen auf das Solvenzkapital spiegeln sich im „solvency ratio“ wider.

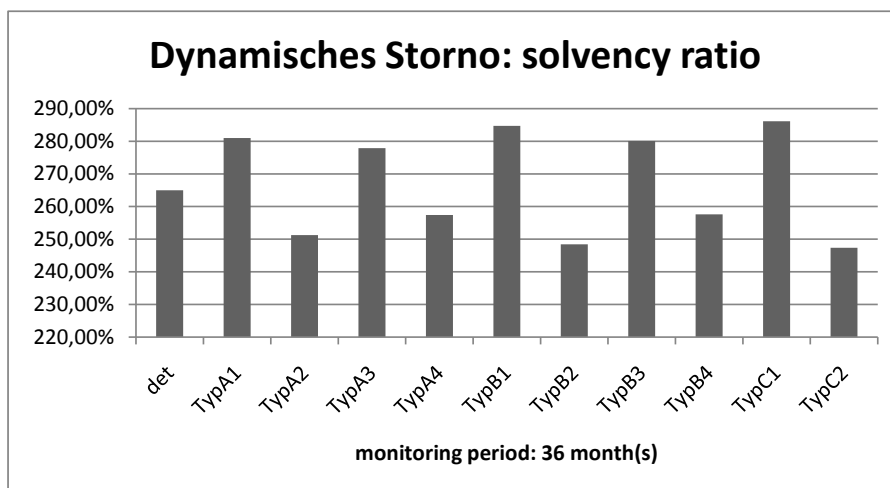


Abbildung 11: solvency ratio, Beobachtungszeitraum: 36 Monate

Storno	SCR	PVFP	Solvency ratio	SCRmkt	SCRmort	SCRlapse	SCRexp
det	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TypA1	8,73%	2,30%	-5,91%	11,09%	0,38%	0,93%	-0,43%
TypA2	-8,06%	-2,77%	5,75%	-10,19%	-1,67%	2,02%	-0,33%
TypA3	2,38%	-0,71%	-3,02%	2,74%	-1,09%	0,98%	-0,11%
TypA4	-1,56%	0,48%	2,07%	-2,08%	0,84%	0,47%	-0,09%
TypB1	10,47%	2,62%	-7,11%	13,33%	0,21%	1,22%	-0,61%
TypB2	-9,49%	-3,23%	6,91%	-11,96%	-2,01%	2,58%	-0,50%
TypB3	2,50%	-0,50%	-2,92%	2,88%	-0,80%	0,88%	-0,08%
TypB4	-1,52%	0,31%	1,85%	-2,01%	0,63%	0,38%	-0,06%
TypC1	11,15%	2,75%	-7,55%	14,19%	0,12%	1,38%	-0,71%
TypC2	-10,05%	-3,45%	7,34%	-12,66%	-2,19%	2,87%	-0,60%

Abbildung 12: SCR - Analyse, Beobachtungszeitraum: 36 Monate

Die Durchführung einer „Was-wäre-wenn“-Analyse gibt Aufschlüsse, inwieweit die Nicht-Berücksichtigung des dynamischen Stornoverhaltens bei der Modellierung tatsächlich zu Abweichungen bei der Bestimmung des Solvenzkapitalbedarf führt. Dabei wird ein Versicherungsunternehmen, dass dynamisches Stornoverhalten vorhersagen und modellieren kann, mit einem Versicherungsunternehmen verglichen, dass das Storno zwar genau vorhersagen, aber dynamisches Verhalten nicht modellieren kann. Zunächst wird

das Storno aus dem deterministischen Stornovektor und den simulierten *dIm*-Faktoren pfadweise bestimmt. Anschließend wird das dann ermittelte durchschnittliche Storno als neuer deterministischer Stornovektor gesetzt. So wird sichergestellt, dass das durchschnittliche jährliche Storno für beide Versicherungsunternehmen identisch ist, während das eine mit dynamischen Stornofunktionen und das andere Versicherungsunternehmen nur mit deterministischem Storno rechnet. In Tabelle 12 ist dargestellt, wie viel die prozentuale Abweichung des tatsächlichen Solvenzkapitalbedarfs bei dynamischen Berechnungen im Vergleich zum deterministischen Modell beträgt. Abhängig von der verwendeten Stornofunktion wird dieser um bis zu 11% überschätzt bzw. um bis zu 10% unterschätzt.

4 Sensitivitätsanalyse

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Laufzeit der Verträge auf die zuvor dargestellten Ergebnisse beschrieben. Für eine um 10 Jahre kürzere Laufzeit scheinen die in Abschnitt 3 gewonnenen Ergebnisse ihre Gültigkeit bei sonst gleichen Annahmen zu bewahren. Allerdings ist die Intensität der Abweichungen vom deterministischen Fall geringer (siehe Abbildung 13).

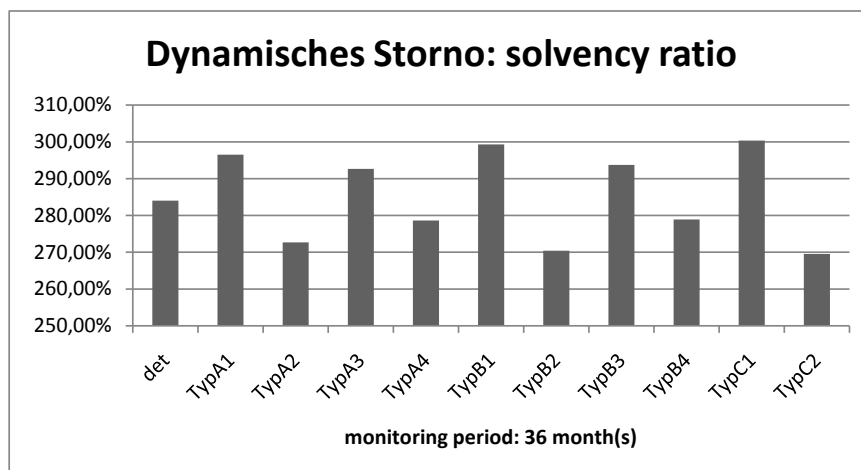


Abbildung 13: solvency ratio, $T = 20$

Verkürzt man die Laufzeit der fondsgebundenen Lebensversicherungen weiter auf nun 10 Jahre, so scheint ein völlig gegensätzlicher Effekt durch die Berücksichtigung des dynamischen Stornoverhaltens einzutreten (siehe Abbildung 14). Zunächst ist zu beobachten, dass das im Stornomodul relevante Stressszenario nicht mehr die Zunahme, sondern die Abnahme der Stornoraten ist. Diese Beobachtung lässt sich wie folgt erklären: Bei der Stornierung des Versicherungsvertrages zu Beginn der Laufzeit entstehen Gewinne durch die Stornogebühr. Diese wird im Rahmen der sonstigen Überschüsse nur zur Hälfte an die Versicherungsnehmer weitergegeben. In den folgenden Jahren fallen aufgrund der

stornierten Verträge und somit eines geringeren zu investierenden Kapitals allerdings auch Gewinne weg. Bei Produkten mit langen Laufzeiten sind die wegfallenden Gewinne quantitativ größer als Einnahmen aus der Stornogebühr. Bei Versicherungsverträgen mit sehr kurzer Laufzeit ist das Gegenteil der Fall. Da das dynamische Storno hauptsächlich durch den Aktienschock zu Beginn der Laufzeit induziert wird, sind die Auswirkungen äquivalent zu den oben beschriebenen.

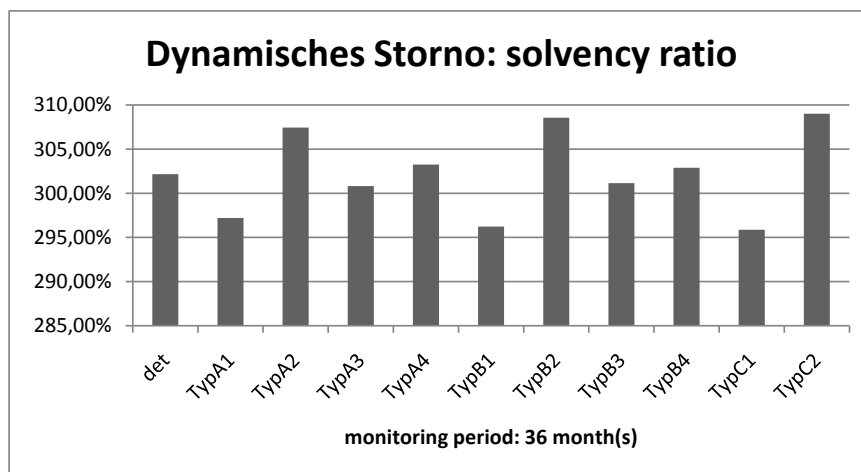


Abbildung 14: solvency ratio, $T = 10$

Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag zeigt ein Verfahren zur Modellierung dynamischen Stornos im Rahmen eines partiellen internen Modells zur Bestimmung des Solvenzkapitals auf. Dabei wird das Stornoverhalten der Versicherungsnehmer von der Entwicklung des Kapitalmarktes und somit des Fondswertes einer fondsgebundenen Lebensversicherung beeinflusst. Das partielle interne Modell ermöglicht es dem Versicherungsunternehmen stochastische Bewertungen durchzuführen, ohne dabei auf die Vorteile der Standardformel zur Bestimmung des Solvenzkapitalbedarfs zu verzichten. Es konnte nachgewiesen werden, dass die Berücksichtigung dynamischer Stornorisiken unter bestimmten Annahmen erhebliche Auswirkungen auf die Höhe des Solvenzkapitalbedarfs haben kann. Eine genaue Untersuchung des tatsächlichen Stornoverhaltens der Versicherungsnehmer erscheint vor dem Hintergrund dieser Ergebnisse notwendig.

Literatur

- AMERICAN ACADEMY OF ACTUARIES. 2005. *Recommended Approach for Setting Regulatory Risk-Based Capital Requirements for Variable Annuities and Similar Products*.
- ANZILLI, LUCA, & DE CESARE, LUIGI. 2007. Valuation of the surrender option in unit-linked life insurance policies in a non-rational behaviour framework. *Quaderni DSEMS*, **20**.
- BACINELLO, ANNA RITA. 2003. Fair valuation of a guaranteed life insurance participating contract embedding a surrender option. *Journal of Risk and Insurance*, **70**, 461–487.
- CEIOPS. 2008. *QIS4 Technical Specifications*.
- CEIOPS. 2009. *CEIOPS Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: SCR standard formula Loss-absorbing capacity of technical provisions and deferred taxes (former CP 54)*.
- CERCHIARA, ROCCO ROBERTO, EDWARDS, MATTHEW, & GAMBINI, ALESSANDRA. 2008. Generalized linear models in life insurance: decrements and risk factor analysis under Solvency II. *18th International AFIR Colloquium*.
- COX, SAMUEL H., & LIN, YIJIA. 2006. *Annuity Lapse Rate Modeling: Tobit or not Tobit*. Society of Actuaries.
- DAV-ARBEITSGRUPPE STORNOABZÜGE. 2007. *Stornoabzüge in der Lebensversicherung nach VVG-Neuregelung (Stand 20.12.2006)*.
- DE GIOVANNI, DOMENICO. 2010. Lapse Rate Modeling: A Rational Expectation Approach. *Scandinavian Actuarial Journal*, **1**, 56–67.
- EDWARDS, MATTHEW. 2008. *Policyholder behaviour and advanced retention analysis*. Presentation at 18th International AFIR Colloquium.
- GATZERT, NADINE. 2009. Implicit options in life insurance: An overview. *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft*, **98**, 141–164.
- HELFENSTEIN, RAINER, & BARNSHAW, MIKE. 2003. Unit-linked life insurance in Western Europe: regaining momentum? *SwissRe Sigma*, **3**.
- HOCHREITER, RONALD, PFLUG, GEORG, & PAULSEN, VOLKERT. 2007. Design and management of unit-linked life insurance contracts with guarantees. *Handbook of Asset and Liability Management*, **2**, 627–662.
- KOCHANSKI, MICHAEL. 2010. *Solvency Capital Requirement for German Unit-Linked Insurance Products*. Working Paper.

- KOLKIEWICZ, ADAM W., & TAN, KEN SENG. 2006. Unit-linked life insurance contracts with lapse rates dependent on economic factors. *Annals of Actuarial Science*, **1**, 49–78.
- KUO, WEIYU, TSAI, CHENSIEN, & CHEN, WEI-KUANG. 2003. An empirical study on the lapse rate: the cointegration approach. *The Journal of Risk and Insurance*, **70**(3), 489–508.
- MAUER, LAURENCE, & HOLDEN, NEIL. 2007. Determinants of the lapse rate in life insurance operating companies. *Review of Business*, **28**(1), 54–64.
- MILLIMAN. 2009. *Variable Annuities, MCC Workshop VAs*.
- NORDAHL, HELGE. 2008. Valuation of life insurance surrender and exchange options. *Insurance: Mathematics and Economics*, **42**, 909–919.
- OUTREVILLE, J. FRANCOIS. 1990. Whole-life insurance lapse rates and the emergency fund hypothesis. *Insurance: Mathematics and Economics*, **9**, 249–255.
- PRESTELE, ANDREAS. 2006. *Storno in der Lebensversicherung: Einflussfaktoren, Auswirkungen, Gegenmaßnahmen*. VDM Verlag Dr. Müller.
- SHREVE, STEVEN E. 2000. *Stochastic Calculus for Finance 2*. Springer.
- SMINK, MEYE. 2001. Risk measurement for asset liability matching, a simulation approach to single premium deferred annuities. *2nd AFIR Colloquium*, **2**, 75–92.
- ZENIOS, STAVROS A. 1999. *Financial Optimization*. Cambridge University Press.